

MESTRADO EM ECONOMIA

Previsão hierárquica de vendas no setor do retalho

Filipa Sá Couto de Oliveira Fernandes

M

2018



FACULDADE DE ECONOMIA



Previsão Hierárquica de Vendas no Setor do Retalho

Filipa Sá Couto de Oliveira Fernandes

Dissertação

Mestrado em Economia

Orientado por

Professor Doutor José Manuel Soares Oliveira

Professora Doutora Patrícia Alexandra Gregório Ramos

2018

Nota biográfica

Filipa Sá Couto de Oliveira Fernandes nasceu a 12 de Fevereiro de 1994 na Póvoa de Varzim, Portugal.

Desde cedo se apercebeu que a Economia seria a área certa a seguir tendo em atenção algumas das características relevantes do seu carácter, nomeadamente uma grande afinidade para com a Matemática e as suas diversas aplicações ao mundo real. Frequentou no ensino secundário o curso científico-humanístico de ciências socioeconómicas.

Em 2012 ingressou na licenciatura em Economia na Faculdade de Economia da Universidade do Porto.

Perante a necessidade de expandir conhecimentos no domínio das Ciências Económicas e de ainda não se sentir preparada como gostaria para entrar no mercado de trabalho, após o término da licenciatura, em 2016, na mesma instituição, iniciou o Mestrado em Economia que frequenta até à data.

A experiência que paralelamente tem tido a oportunidade de vivenciar, num grupo dedicado ao voluntariado social, tem igualmente contribuído de forma importante para a sua formação, contribuindo com várias valências ao nível do trabalho de grupo e da gestão e rentabilização do tempo.

Resumo

Neste trabalho pretendeu-se projetar novas soluções para melhorar a precisão da previsão das vendas no setor do retalho. Na economia atual, prever eventos futuros no mercado é crucial para a manutenção de atividades comerciais bem sucedidas. Atendendo ao modelo de negócio, a previsão das vendas ao nível do produto no setor do retalho é fundamental, sendo, no entanto, ainda difícil de concretizar. Assim, propusemo-nos desenvolver um modelo de produção de previsões para séries temporais estruturadas hierarquicamente, recorrendo aos modelos ETS e ARIMA, com o objetivo de obter melhorias significativas na gestão das operações da cadeia de abastecimento. O estudo foi realizado com dados reais de uma empresa líder no setor do retalho a nível nacional, o Pingo Doce. Para atingir o objetivo proposto foram avaliados diferentes métodos utilizados na combinação das previsões obtidas com os dois modelos supracitados em diferentes níveis hierárquicos. Os resultados obtidos demonstram que, uma adequada exploração da estrutura hierárquica presente nos dados permite uma acentuada melhoria dos níveis de previsão alcançados. Além disso, dentro dos métodos de previsão hierárquica, os métodos mais recentes de combinação ótima produziram melhores resultados do que aqueles tradicionalmente usados.

Códigos-JEL: C32, C52, C53, L81

Palavras-chave: Séries temporais hierárquicas; Previsão de vendas; Previsão hierárquica; Vendas no setor do retalho; Gestão da cadeia de abastecimento;

Abstract

The objective of this work was to find new solutions to improve the accuracy of sales forecasting in the retail sector. In today's economy, predicting future events in the marketplace is crucial to maintaining successful business activities. Given the business model, forecasting of product-level sales in the retail sector is critical, but it is still difficult to achieve. Thus, we set out to develop a model of production of forecasts for hierarchically structured time series, using ETS and ARIMA models, in order to achieve significant improvements in the management of supply chain operations. The study was conducted with real data from a leading retail company at the national level, Pingo Doce. To achieve this purpose, different methods used in the combination of forecasts obtained with the two aforementioned models at different hierarchical levels were evaluated. The obtained results demonstrate that an adequate exploitation of the hierarchical structure present in the data allows a marked improvement of the forecast levels. In addition, within the hierarchical prediction methods, the most recent optimal combination methods produced better results than those traditionally used.

JEL-codes: C32, C52, C53, L81

Key-words: Hierarchical time series; Hierarchical forecasting; Retail; Sales forecasting; Supply chain management;

Índice

Nota biográfica	i
Resumo	ii
Abstract.....	iii
Índice de figuras.....	v
Índice de tabelas.....	vi
1 Introdução	1
2 Revisão de literatura	4
2.1 Previsão de vendas no setor do retalho	4
2.2 Previsão hierárquica.....	5
2.3 Abordagens para a reconciliação de previsões	7
3 Metodologia.....	10
3.1 Modelos de previsão univariados	10
3.1.1 Modelos ETS.....	10
3.1.2 Modelos ARIMA	21
3.2 Séries temporais hierárquicas	24
3.3 Métodos de previsão de hierarquias	26
4 Caso de estudo.....	31
4.1 Conjunto de dados.....	31
4.2 Estudo empírico.....	34
4.3 Medidas de avaliação de desempenho de previsão	36
4.4 Resultados	38
4.5 Discussão	45
5 Conclusões.....	46
6 Referências bibliográficas	48
7 Anexos	51

Índice de figuras

Figura 3.1: Diagrama de árvore representativo de uma estrutura hierárquica	24
Figura 4.1: Total de vendas (Nível superior: Loja) e vendas por Área (Nível 1).....	32
Figura 4.2: Vendas agrupadas por Subcategoria (Nível 5) dos SKUs da Divisão Leite (Nível 2) da Área Perecíveis Não Especializados (Nível 1).....	34

Índice de tabelas

Tabela 3.1: Classificação dos métodos de alisamento exponencial	11
Tabela 3.2: Fórmulas recursivas dos métodos de AE	15
Tabela 3.3: Modelos ETS com erro aditivo	19
Tabela 3.4: Modelos ETS com erro multiplicativo	20
Tabela 4.1: Número de séries em cada nível por área	31
Tabela 4.2: Estrutura hierárquica da Divisão “Leite”	33
Tabela 4.3: Ganho em relação às previsões base: MAPE obtido com ETS	39
Tabela 4.4: Ganho em relação às previsões base: MAPE obtido com ARIMA	40
Tabela 4.5: Ganho em relação às previsões base: MASE obtido com ETS	41
Tabela 4.6: Ganho em relação às previsões base: MASE obtido com ARIMA	42
Tabela 4.7: Ganho em relação às previsões base: RelMAE obtido com ETS	43
Tabela 4.8: Ganho em relação às previsões base: RelMAE obtido com ARIMA	44
Tabela 7.1: MAPE obtido com ETS	51
Tabela 7.2: MAPE obtido com ARIMA	52
Tabela 7.3: MASE obtido com ETS	53
Tabela 7.4: MASE obtido com ARIMA	54
Tabela 7.5: RelMAE obtido com ETS	55
Tabela 7.6: RelMAE obtido com ARIMA	56

1 Introdução

Tomar decisões ao nível operacional, sejam elas de caráter tático ou estratégico, constitui uma tarefa diária de grande importância para qualquer organização. São as previsões que suportam essas decisões, pelo que o nível de acerto destas últimas está intrinsecamente ligado à qualidade das primeiras.

Para o setor do retalho, um elevado nível previsional é essencial, atendendo ao modelo de negócio. Este setor caracteriza-se por um ambiente altamente competitivo, que se tem vindo a acentuar ao longo dos últimos anos, associado à atual sociedade de consumo e à globalização. Os retalhistas têm de prever as vendas de um elevado número de produtos de diferentes categorias de forma a conseguirem otimizar a sua atividade em termos económicos e financeiros, quer ao nível das operações de logística, com o objetivo de minimizar stocks, quer no que diz respeito ao marketing, cujo objetivo último é a satisfação do cliente.

Quanto melhores e mais eficazes forem as previsões, melhor o retalhista vai conseguir fazer a gestão de inventário, de preferência com redução dos custos de investimento neste, evitando roturas de stock, que constituem uma situação extremamente prejudicial para a imagem que os clientes têm do retalhista, mas também a acumulação excessiva, a qual, embora não tenha custos diretos para o consumidor, acarreta para o vendedor custos de vária ordem, nomeadamente relacionados com o armazenamento, o transporte, a deterioração, e a possibilidade de os produtos se tornarem obsoletos ou serem alvo de uma alteração nos padrões de consumo. Ambas as situações levam naturalmente a uma diminuição do lucro do retalhista em causa (Ma e Fildes, 2017; Trapero *et al.*, 2015). Neste contexto, pequenas melhorias nas decisões operacionais podem traduzir-se em grandes vantagens face à concorrência.

A análise de previsão tem sido alvo de desenvolvimentos importantes ao longo dos últimos anos. Os avanços tecnológicos permitem que uma quantidade cada vez maior de dados seja armazenada, daí resultando um grande número de séries temporais, passível de ser posteriormente utilizada em análise previsional. Muitas aplicações exigem previsões a partir de várias séries temporais relacionadas entre si e organizadas numa estrutura hierárquica baseada em diferentes dimensões, tais como o género, a localização geográfica ou a categoria de produto (Hyndman *et al.*, 2011).

A produção de boas previsões a partir de séries estruturadas hierarquicamente é particularmente desafiadora pois a relação entre as diferentes séries temporais nem sempre é simples de obter, além de que, para assegurar uma tomada de decisão coerente nos diferentes níveis de hierarquia é essencial que a previsão decorrente de cada série agregada seja igual à soma das previsões decorrentes das séries desagregadas correspondentes. Para além disso, o nível inferior da hierarquia pode conter vários milhares de séries temporais, o que pode induzir um enorme esforço computacional (Taieb *et al.*, 2017). Previsões geradas de forma independente para cada nível da hierarquia devem ser evitadas pois têm como consequência que a previsão de um nível superior não é igual à soma das previsões do nível inferior e o mesmo acontece no sentido contrário (Gene, 2001).

O INESC-TEC estabeleceu uma parceria com o grupo retalhista Jerónimo Martins no contexto da qual se pretende melhorar o processo de previsão de vendas das lojas Pingo Doce. Para o efeito, a empresa disponibilizou um conjunto de dados significativo que permitirá avaliar a eficiência de uma metodologia de previsão inovadora.

Neste contexto, a questão de investigação a que este trabalho pretende dar resposta é a seguinte: como prever as vendas no setor do retalho através da utilização de previsão hierárquica? O objetivo final é que o retalhista consiga melhorar as previsões de vendas por produto e por loja.

A ideia original consiste em proceder à verificação, a partir dos dados disponíveis, de qual a melhor forma de agregação dos dados e construção da estrutura hierárquica. Tratando-se do setor do retalho poderá ser interessante, por exemplo, agregar as vendas dos produtos por categoria, por época do ano ou por loja e verificar os resultados.

Depois da agregação dos dados será necessário produzir previsões para cada nível de agregação usando um método de previsão adequado. Para este propósito irá recorrer-se aos modelos de espaço de estados (modelos ETS – *Error, Trend, Seasonal*) e aos modelos autoregressivos integrados de médias móveis (modelos ARIMA – *Autoregressive Integrated Moving Average*) que são os métodos de previsão mais utilizados neste tipo de estudos. De salientar que o foco da pesquisa bibliográfica é a previsão hierárquica e o levantamento do estado da arte de métodos de previsão de séries temporais não será realizado.

A presente dissertação está dividida em cinco capítulos. A este capítulo inicial de introdução segue-se o segundo que diz respeito a uma revisão bibliográfica sobre o estado da arte nesta área específica de conhecimento, sendo apresentados os principais conceitos-chave e feita uma análise crítica dos diferentes contributos encontrados na literatura. No

terceiro capítulo identificam-se e descrevem-se sumariamente as possíveis metodologias a utilizar. No quarto capítulo apresenta-se o caso que foi objeto de estudo e os resultados obtidos. Por fim, no quinto e último capítulo, apresentam-se as conclusões e as limitações deste trabalho ao qual se segue uma última parte relativa às referências bibliográficas.

2 Revisão de literatura

2.1 Previsão de vendas no setor do retalho

De uma forma conceptual, o retalho pode ser definido como correspondendo a todo o processo de comercialização de bens e serviços diretamente a consumidores finais (Aras *et al.*, 2017).

A previsão das vendas de determinado bem ou serviço é, sem dúvida, um dos principais desafios na gestão da cadeia de abastecimento de um retalhista. A falta de precisão nas previsões pode levar a ruturas de stock e consequentemente a clientes insatisfeitos (Beutel e Minner, 2012).

Os retalhistas necessitam de previsões da procura para diferentes níveis de agregação a fim de suportarem uma variedade de decisões ao longo da cadeia de abastecimento. Por exemplo, estes precisam de previsões ao nível da loja para gerir o stock da mesma, mas também precisam da previsão agregada regionalmente para gerir o inventário de um determinado centro de distribuição (Kremer *et al.*, 2016).

A fim de planearem e gerirem a sua cadeia de abastecimento, as empresas apresentam, na sua maioria, uma unidade dedicada à previsão. A abordagem mais comum para a previsão da procura no setor do retalho envolve a utilização de um sistema de previsão computacional para produzir previsões iniciais e o posterior ajuste manual dessas previsões por parte da pessoa ou do departamento responsável pela previsão das vendas da empresa, de forma a considerar circunstâncias excecionais esperadas durante o horizonte de planeamento (Fildes *et al.*, 2009).

Celia *et al.* (2003) define previsão como sendo uma estimativa probabilística de um valor futuro. O pressuposto subjacente à maioria dos métodos de previsão é que os padrões e comportamentos verificados no passado se reflitam no futuro.

Neste contexto, e para efeitos da presente dissertação, a previsão das vendas de um retalhista consiste na obtenção de valores potenciais para as vendas no futuro através de um modelo estatístico, com base em dados históricos dessas vendas.

Atualmente, os estudos sobre a previsão de vendas têm-se focado consideravelmente na integração de informação promocional nos modelos. Huang *et al.* (2014) propuseram um método para prever as vendas no retalho ao nível do produto, incorporando informações competitivas tais como preços e promoções. Apesar de já estar amplamente documentado o seu profundo impacto nas vendas, a informação competitiva é muitas vezes ignorada uma

vez que gera um número elevado de variáveis exógenas, cuja integração nos modelos de séries temporais pode ser complexa por várias razões nomeadamente e em primeira instância pela necessidade intrínseca de seleção das variáveis relevantes.

2.2 Previsão hierárquica

Nas condições atuais do mercado, com a concorrência a aumentar gradualmente e o período de vida de cada produto a tornar-se cada vez menor, as empresas precisam ser rápidas, ágeis e flexíveis para competirem e permanecerem no mercado. Este ambiente de feroz competição transfere o poder para as mãos do consumidor final, o que faz com que as empresas que possam antecipar os desejos do cliente estejam um passo à frente dos seus competidores. Perante a necessidade de antecipar os bens e/ou serviços que serão solicitados pelos consumidores e providenciar atempadamente o seu fornecimento, os investigadores voltaram a sua atenção para a previsão da procura, tendo sido já desenvolvidos uma série de métodos para esse propósito (Aras *et al.*, 2017).

Recentemente, a previsão hierárquica de séries temporais tem sido um tema em destaque. Nesta abordagem, as séries, que correspondem aos valores das vendas observados sequencialmente ao longo do tempo, estão organizadas por níveis e, para além das observações reais de cada série, pode trabalhar-se com as previsões obtidas em cada nível.

Habitualmente, ao tentar implementar técnicas de previsão, os especialistas apercebem-se que a previsão é muito mais complexa do que um simples projeto ou seleção de um algoritmo apropriado pois envolve a seleção da informação relevante, o design dos sistemas de informação, o controle da qualidade dos dados e a definição de processos de gestão.

Para prever as vendas no retalho existem vários métodos estatísticos disponíveis, nomeadamente, o ETS, o ARIMA, a regressão múltipla e as redes neuronais. Ao longo das últimas décadas estes métodos têm sido amplamente utilizados devido à sua capacidade para modelizarem flutuações de tendência e sazonalidade presentes nas vendas do retalho. Contudo, todos eles têm apresentado dificuldades e limitações o que leva à continuação da investigação em novos métodos no sentido de se melhorar a qualidade das previsões (Ramos *et al.*, 2015).

Uma questão crítica em relação à adoção e implementação de métodos de previsão é a escolha do nível apropriado de agregação em que as previsões devem ser geradas. Tipicamente, a previsão envolve conjecturar sobre a procura futura de um determinado

produto ou conjunto de produtos, para um determinado horizonte temporal e uma dada localização e definir estas três dimensões é tudo menos trivial (Zotteri *et al.*, 2005). Na literatura referente a estas matérias existem dois tipos de hierarquia: *cross-sectional* e temporal. A primeira refere-se à agregação ou desagregação de itens ou unidades de stock (SKU - *Stock Keeping Unit*) criando famílias de produtos mais ou menos abrangentes. Por sua vez, a agregação temporal traduz-se na conversão de uma série temporal de frequência alta numa série de frequência mais baixa, de acordo com o nível de agregação selecionado. Esta última tem sido alvo de intenso estudo nos últimos anos, tendo sido proposto um novo algoritmo, o MAPA (*Multiple Aggregation Prediction Algorithm*), que contorna o problema da seleção do melhor modelo (Kourentzes e Petropoulos, 2016; Kourentzes *et al.*, 2014). Ao introduzirem este algoritmo de previsão de agregação múltipla, que usa vários níveis de agregação temporal para facilitar a identificação e estimação de modelos ETS que são combinados numa única previsão, Kourentzes *et al.* (2014) demonstraram empiricamente que há ganhos substanciais de precisão.

Athanasopoulos *et al.* (2009) mostraram que, no setor do turismo, as previsões agregadas eram mais precisas do que aquelas produzidas diretamente a partir dos dados desagregados. Estes autores foram os primeiros a estudar empiricamente o impacto da agregação temporal no desempenho dos modelos de espaço de estados.

Quando a agregação temporal é aplicada a uma série, ela pode fortalecer ou atenuar elementos diferentes. Numa forma agregada, os componentes de baixa frequência, como a tendência/ciclo, dominarão. Pelo contrário, para dados desagregados, a sazonalidade potencial será perceptível. Portanto, a agregação temporal pode ser vista como uma ferramenta para melhor compreender e modelizar os dados disponíveis. A previsão com hierarquias temporais aumenta a precisão em relação à previsão convencional, particularmente nos casos em que a modelização não está correta (Athanasopoulos *et al.*, 2017).

No que diz respeito à previsão hierárquica *cross-sectional*, o que tem sido feito ao longo do tempo é uma comparação entre as diferentes abordagens de reconciliação (consistência) de previsões. O efeito que a agregação hierárquica induz nas séries agregadas é semelhante ao efeito que a agregação temporal tem sobre os padrões de comportamento de uma série particular. Ou seja, nas séries de nível inferior a sazonalidade potencial será mais facilmente perceptível e observar-se-á mais ruído enquanto que nas séries de nível superior dominarão a tendência e os ciclos e observar-se-á menos ruído.

2.3 Abordagens para a reconciliação de previsões

As séries temporais podem naturalmente ser desagregadas consoante diversas características de interesse. Por exemplo, o número total de bicicletas vendidas por um fabricante pode ser desagregado pelo tipo de produto: bicicletas citadinas, bicicletas de montanha e bicicletas de criança. Cada uma destas categorias pode ainda ser desagregada em categorias mais finas. Por exemplo, as bicicletas de criança podem ser desagregadas em bicicletas para crianças com idade inferior a 4 anos, para crianças com idade entre os 4 e 6 anos e para outras com idade superior a 6 anos. Este conjunto de séries temporais segue uma estrutura de agregação hierárquica e como tal denomina-se geralmente por séries temporais hierarquizadas. Alternativamente, as séries podem ser agrupadas com base em vários atributos, sem necessariamente impor uma estrutura hierárquica. Por exemplo, as bicicletas podem ser para homem, mulher ou unissexo; os respetivos quadros podem ser de carbono, alumínio ou aço; podem ter mudanças ou não. Também se pode obter uma estrutura semelhante através da combinação de duas estruturas hierárquicas. Por exemplo, o fabricante pode desagregar as vendas de bicicletas por tipo de produto e depois pela localização geográfica ou vice-versa; neste caso denominam-se séries temporais agrupadas (Hyndman e Athanasopoulos, 2017).

O desafio é gerar previsões coerentes, o que significa garantir que as previsões se conciliem entre os constrangimentos de agregação, isto é, as previsões das séries agregadas devem ser iguais à soma das previsões desagregadas correspondentes, em toda a estrutura de agregação, quer se tratem de séries temporais hierarquizadas ou agrupadas.

Se ignorarmos as restrições de agregação, poderíamos simplesmente prever todas as séries de forma independente, contudo, é muito improvável (a menos que sejam usados métodos de previsão extremamente simples) que o conjunto de previsões seja coerente. Além disso, essa abordagem ignora as relações entre as séries.

Historicamente, na literatura sobre previsão hierárquica são três as abordagens utilizadas para a reconciliação dos dados:

i) o método *bottom-up*, segundo o qual se geram inicialmente previsões para cada série do nível mais baixo da estrutura de agregação e depois agregam-se estas previsões conforme essa estrutura, para se obterem as previsões dos níveis superiores da mesma;

ii) o método *top-down*, segundo o qual se começa por gerar previsões para a série do nível mais elevado da estrutura de agregação e depois desagregam-se estas previsões conforme essa estrutura, existindo várias formas de se fazer essa desagregação;

iii) o método *middle-out* corresponde a uma combinação dos dois anteriores; primeiro, escolhe-se um nível intermédio - nível médio - e são geradas previsões para todas as séries desse nível. Para as séries acima do nível médio, as previsões coerentes são geradas usando a abordagem *bottom-up*, agregando as previsões do nível médio para cima; para as séries abaixo do nível médio, as previsões coerentes são geradas usando uma abordagem de *top-down*, desagregando as previsões do nível médio para baixo. (Hyndman e Athanasopoulos, 2014).

Todas as abordagens consideradas envolvem a escolha de um determinado nível na estrutura de agregação, gerando-se previsões de base para esse nível e, em seguida, agregando-as ou desagregando-as obtêm-se previsões coerentes para o resto da série.

Nenhum destes métodos tem em conta a correlação existente entre as séries de cada nível hierárquico e não existe, na literatura, unanimidade em relação ao desempenho das abordagens, inclusive alguns estudos mostram que não há diferença significativa entre elas (Widiarta *et al.*, 2009).

De forma a contornar este problema (Athanasopoulos *et al.*, 2009) propuseram dois novos métodos, um deles designado por *top-down* baseado na proporção das previsões, ou seja, é uma variante do método *top-down* em que as proporções são definidas com base nas previsões ao invés de usar dados históricos, uma vez que estes não têm em conta a forma como as proporções se alteram ao longo do tempo. Contudo, Hyndman *et al.* (2011) mostraram teoricamente que qualquer método de *top-down* introduz, inevitavelmente, um enviesamento nas previsões reconciliadas em cada nível de desagregação, mesmo que as previsões de base não sejam enviesadas.

O outro método proposto pelos autores é um novo método estatístico ao qual se referem como método de reconciliação ótima ou de combinação ótima. Este método envolve a previsão de todas as séries em todos os níveis de agregação de forma independente, denominadas previsões de base, e, em seguida, usa um modelo de regressão para combinar e conciliar otimamente essas previsões, denominadas previsões reconciliadas. Na regressão, as previsões de base independentes são modelizadas como a soma dos valores esperados da série futura e um termo de erro. Se a matriz de covariâncias dos erros for conhecida, os mínimos quadrados generalizados (GLS - *Generalized Least Squares*) dão a estimativa mínima de variância imparcial dos valores esperados das séries temporais desagregadas. Esta

abordagem foi inicialmente aplicada para prever séries temporais com informação relativa ao turismo doméstico da Austrália, tendo levado a bons resultados (Athanasopoulos *et al.*, 2009).

Posteriormente, Hyndman *et al.* (2016), sugeriram o uso do estimador de mínimos quadrados ponderados (WLS – *weighted least squares*) para estimar a diagonal da matriz de variâncias e covariâncias, mas ignorando os elementos fora da diagonal. Além disso, apresentaram um algoritmo para aplicação do método de combinação ótima, com a vantagem de este poder ser aplicado para hierarquias de qualquer dimensão, tornando a abordagem viável para as mais diversas estruturas hierárquicas.

No entanto, Wickramasuriya *et al.* (2018) mostraram que a matriz de covariâncias não é identificável, sendo, portanto, impossível de estimar. Estes autores fazem uma extensão do trabalho de Hyndman *et al.* (2011) onde propõem uma nova abordagem do método de combinação ótima que incorpora a informação completa de uma matriz de covariâncias de erros de previsão na obtenção de um conjunto de previsões agregadas consistentes. Com esta abordagem pretende-se minimizar o erro quadrático médio das previsões agregadas em todo o conjunto de séries temporais sob o pressuposto de imparcialidade. Os autores referem-se à abordagem como reconciliação “MinT” - *minimum trace*.

3 Metodologia

3.1 Modelos de previsão univariados

A previsão da procura pretende, com base num conjunto de dados históricos do consumo de um bem ou serviço, aprender o comportamento desse conjunto de dados, nomeadamente padrões (tendência e sazonalidade) que possibilitem extrapolar o comportamento da procura futura desses mesmos bens e/ou serviços através de modelos estatísticos.

Neste capítulo são apresentados os modelos ARIMA e os modelos ETS. Tratam-se de modelos univariados, o que significa que usam apenas a própria série temporal para realizar as previsões, e são dos modelos mais usados para a previsão de séries temporais.

Na última parte do capítulo estão descritos os métodos de previsão hierárquica.

3.1.1 Modelos ETS

Os métodos de alisamento exponencial (AE) surgiram no final da década de 50 do século passado por Brown (1959), Holt (1957) e Winters (1960).

Nos métodos de AE, as previsões correspondem a médias ponderadas de observações passadas, com os pesos a diminuírem exponencialmente com a antiguidade das observações.

A seleção do método adequado a uma série passa pela identificação dos padrões de tendência e sazonalidade nela existentes e pela observação do modo como estes se expressam no método de alisamento, de forma aditiva ou de forma multiplicativa.

A forma mais comum de representar estes métodos é a forma de componente. As representações em forma de componente dos métodos de AE incluem uma equação da previsão e uma equação do alisamento para cada uma das componentes existentes no método – nível, tendência e sazonalidade. Considerando todas as possíveis combinações de tendência e sazonalidade existem 15 possibilidades de métodos de alisamento exponencial. Cada método é geralmente identificado por duas letras (T, S) que identificam a tendência e a sazonalidade. As possibilidades para cada uma das componentes são $T = \{N, A, A_a, M, M_a\}$ e $S = \{N, A, M\}$. A tabela seguinte mostra todas as combinações possíveis. No presente estudo não são considerados os métodos com tendência multiplicativa, pois estes podem sob certas circunstâncias tornar-se bastante instáveis, pelo que os métodos ficarão reduzidos a 9 possibilidades.

Tabela 3.1: Classificação dos métodos de alisamento exponencial

Tendência	Sazonalidade		
	N (Nenhuma)	A (Aditiva)	M (Multiplicativa)
N (Nenhuma)	N,N	N,A	N,M
A (Aditiva)	A,N	A,A	A,M
A _a (Aditiva amortecida)	A _a ,N	A _a ,A	A _a ,M
M (Multiplicativa)	M,N	M,A	M,M
M _a (Multiplicativa amortecida)	M _a ,N	M _a ,A	M _a ,M

Por exemplo: (N, N) identifica o método de alisamento exponencial simples que não tem tendência nem sazonalidade; (A, N) identifica o método de tendência linear de Holt com tendência aditiva e sem sazonalidade; (A_a, N) identifica o método de tendência amortecida; o método de Holt-Winters com sazonalidade multiplicativa é identificado por (A, M) e com sazonalidade aditiva é identificado por (A, A).

Para ilustração dos métodos mais comuns, vamos supor que temos a seguinte série temporal y_1, y_2, \dots, y_T . Uma previsão para y_{t+h} baseada nos dados observados disponíveis até ao instante t é definida por $\hat{y}_{t+h|t}$.

Alisamento exponencial simples

O método de alisamento exponencial simples (AES), como o próprio nome indica, é o mais simples dos métodos de alisamento exponencial e apenas é adequado para a previsão de séries temporais que não possuam nem um padrão de tendência nem um padrão de sazonalidade.

A representação na forma de componente do método de AES é (Hyndman e Athanasopoulos, 2017):

$$\text{Equação do nível: } l_t = \alpha y_t + (1 - \alpha)l_{t-1}, \quad (3.1a)$$

$$\text{Equação da previsão: } \hat{y}_{t+h|t} = l_t, \quad (3.1b)$$

onde l é o nível da série no instante t e $0 \leq \alpha \leq 1$ é o respetivo parâmetro de alisamento.

Fazendo $t = 1, \dots, T - 1$ com $h = 1$ obtêm-se os valores ajustados (previsões para os instantes observados - amostra). Fazendo $t = T$ com $h = 1, 2, \dots$ obtêm-se previsões para

os instantes futuros (fora da amostra). Estes procedimentos aplicam-se a todos os métodos de alisamento exponencial.

A equação da previsão mostra que o valor previsto para o instante $t + 1$ é o nível estimado no instante t . A equação de alisamento para o nível (equação do nível) dá-nos o nível estimado da série em cada instante t .

Neste método existe apenas uma componente, que é o nível da série l_t . Outros métodos, que são apresentados de seguida, podem incluir ainda uma componente de tendência b_t e uma componente sazonal s_t .

Substituindo l_t por $\hat{y}_{t+1|t}$ e l_{t-1} por $\hat{y}_{t|t-1}$ na equação do nível obtém-se uma forma equivalente de representar o método de AES (Hyndman e Athanasopoulos, 2017):

$$\hat{y}_{t+1|t} = \alpha y_t + (1 - \alpha) \hat{y}_{t|t-1}, \quad t = 1, \dots, T \quad (3.2)$$

designada por forma de média ponderada. Note-se que a previsão para o instante $t + 1$ é a média ponderada entre a observação mais recente, y_t , e a previsão mais recente, $\hat{y}_{t|t-1}$. As previsões h -passos à frente vêm da forma:

$$\hat{y}_{T+h|T} = \hat{y}_{T+1|T} = l_T, \quad h = 2, 3, \dots \quad (3.3)$$

Embora esta forma de representar o método possa parecer mais intuitiva, a forma de componente fornece uma base geral que se pode aplicar a todos os métodos de alisamento exponencial.

De forma a calcular as previsões usando o método de AES, é necessário definir um valor inicial $l_0 = \hat{y}_1$ e o valor para o parâmetro α . Tradicionalmente, na era pré computadores, atribuíam-se a \hat{y}_1 o valor da primeira observação e a α um valor pequeno, muitas vezes 0.2. Hoje em dia existem formas mais eficientes de seleccionar estes parâmetros, no entanto, em geral há uma heurística para definir os valores iniciais e depois esses valores iniciais são otimizados através de métodos de otimização. Os detalhes sobre esta optimização, que estão fora do âmbito desta dissertação, podem ser encontrados em (Hyndman *et al.*, 2008).

Método de tendência linear de Holt

O método de tendência linear de Holt, criado por Holt em 1957, é uma extensão do método de AES que possibilita a previsão de séries temporais com tendência.

Este método é definido da forma seguinte (Hyndman e Athanasopoulos, 2017):

$$\text{Equação do nível: } l_t = \alpha y_t + (1 - \alpha)(l_{t-1} + b_{t-1}), \quad (3.4a)$$

$$\text{Equação da tendência: } b_t = \beta^*(l_t - l_{t-1}) + (1 - \beta^*)b_{t-1}, \quad (3.4b)$$

$$\text{Equação da previsão: } \hat{y}_{t+h|t} = l_t + b_t h, \quad (3.4c)$$

onde l_t é a estimativa do nível da série no instante t , b_t é a estimativa da tendência (declive) da série no instante t e $0 \leq \alpha \leq 1$ e $0 \leq \beta^* \leq 1$ são os parâmetros de alisamento do nível e da tendência, respetivamente.

Tal como no AES, a equação do nível mostra que l_t é a média ponderada entre a observação y_t e a previsão a 1-passo à frente dentro da amostra para o instante t ($l_{t-1} + b_{t-1}$). A equação da tendência mostra que b_t é uma média ponderada entre a estimativa da tendência do instante anterior (b_{t-1}) e a tendência estimada para o instante t dada por $l_t - l_{t-1}$.

Método de tendência amortecida

O método de tendência amortecida corresponde a uma modificação do método de tendência linear de Holt.

As previsões geradas pelo método de tendência linear de Holt apresentam uma tendência indefinidamente crescente ou decrescente. Para corrigir esta situação Gardner e McKenzie (1985) introduziram neste método um parâmetro que permite o amortecimento da tendência, convergindo-a para uma linha plana, ou seja, para além dos parâmetros de alisamento $0 \leq \alpha \leq 1$ e $0 \leq \beta^* \leq 1$, o método inclui o parâmetro de amortecimento $0 < \phi < 1$. As equações para este método são (Hyndman e Athanasopoulos, 2017):

$$\text{Equação do nível: } l_t = \alpha y_t + (1 - \alpha)(l_{t-1} + \phi b_{t-1}), \quad (3.5a)$$

$$\text{Equação da tendência: } b_t = \beta^*(l_t - l_{t-1}) + (1 - \beta^*)\phi b_{t-1}, \quad (3.5b)$$

$$\text{Equação da previsão: } \hat{y}_{t+h|t} = l_t + (\phi + \phi^2 + \dots + \phi^h)b_t. \quad (3.5c)$$

Assim, a tendência para a previsão a 1-passo para y_{t+1} é ϕb_t , e, por sua vez, é atenuada por um fator ϕ por cada período de tempo adicional. Se $\phi = 1$, este método equivale ao método de tendência linear de Holt. Para $0 < \phi < 1$, quando $h \rightarrow \infty$, as previsões aproximam-se de uma assíntota dada por $l_t + \phi b_t / (1 - \phi)$. O consequente efeito é que previsões de curto prazo são amortecidas e previsões de longo prazo são constantes.

Método de Holt-Winters

Se a série não apresentar padrões de tendência nem sazonalidade, o método de alisamento exponencial simples é apropriado. Se a série apresentar tendência linear, o método linear de Holt ou o método de tendência amortecida é apropriado. Mas se a série tiver sazonalidade, estes métodos não serão adequados para gerar previsões.

Holt (1957) e Winters (1960) estenderam o método de tendência linear de Holt de forma a modelizar a sazonalidade, tendo este ficado conhecido por método de Holt-Winters.

O método sazonal de Holt-Winters é baseado em três equações de alisamento – uma para o nível l_t , uma para a tendência b_t e uma para a sazonalidade s_t , com os parâmetros de alisamento α , β^* e γ , respetivamente. O período de sazonalidade, isto é, o período de tempo regular em que o fenómeno periódico se repete, é denotado por m .

Este método é apropriado para séries que apresentam tendência linear e movimentos sazonais. Existem dois métodos Holt-Winters distintos consoante a componente sazonal é inserida. O método aditivo é utilizado quando as variações sazonais são aproximadamente constantes ao longo de toda a série; o método multiplicativo é utilizado quando as variações sazonais variam proporcionalmente com o nível da série.

A forma de componente do método de Holt-Winters com sazonalidade aditiva é (Hyndman e Athanasopoulos, 2017):

$$\text{Equação do nível: } l_t = \alpha(y_t - s_{t-m}) + (1 - \alpha)(l_{t-1} + b_{t-1}), \quad (3.6a)$$

$$\text{Equação da tendência: } b_t = \beta^*(l_t - l_{t-1}) + (1 - \beta^*)b_{t-1}, \quad (3.6b)$$

$$\text{Equação da sazonalidade: } s_t = \gamma(y_t - l_{t-1} - b_{t-1}) + (1 - \gamma)s_{t-m}, \quad (3.6c)$$

$$\text{Equação da previsão: } \hat{y}_{t+h|t} = l_t + b_th + s_{t-m+h_m^+}, \quad (3.6d)$$

onde, $h_m^+ = ((h - 1) \bmod m) + 1$.

A forma de componente do método de Holt-Winters com sazonalidade multiplicativa é (Hyndman e Athanasopoulos, 2017):

$$\text{Equação do nível: } l_t = \alpha \frac{y_t}{s_{t-m}} + (1 - \alpha)(l_{t-1} + b_{t-1}), \quad (3.7a)$$

$$\text{Equação da tendência: } b_t = \beta^*(l_t - l_{t-1}) + (1 - \beta^*)b_{t-1}, \quad (3.7b)$$

$$\text{Equação da sazonalidade: } s_t = \frac{\gamma y_t}{l_{t-1} + b_{t-1}} + (1 - \gamma)s_{t-m}, \quad (3.7c)$$

$$\text{Equação da previsão: } \hat{y}_{t+h|t} = (l_t + b_th)s_{t-m+h_m^+}, \quad (3.7d)$$

A tabela 3.2 mostra as fórmulas recursivas para a aplicação dos 9 métodos de alisamento exponencial.

Tabela 3.2: Fórmulas recursivas dos métodos de AE

Tendência	Sazonalidade		
	N	A	M
N	$l_t = \alpha y_t + (1 - \alpha)l_{t-1}$	$l_t = \alpha(y_t - s_{t-m}) + (1 - \alpha)l_{t-1}$	$l_t = \alpha(y_t/s_{t-m}) + (1 - \alpha)l_{t-1}$
		$s_t = \gamma(y_t - l_{t-1}) + (1 - \gamma)s_{t-m}$	$s_t = \gamma(y_t/l_{t-1}) + (1 - \gamma)s_{t-m}$
	$\hat{y}_{t+h t} = l_t$	$\hat{y}_{t+h t} = l_t + s_{t-m+h_m^+}$	$\hat{y}_{t+h t} = l_t s_{t-m+h_m^+}$
A	$l_t = \alpha y_t + (1 - \alpha)(l_{t-1} + b_{t-1})$	$l_t = \alpha(y_t - s_{t-m}) + (1 - \alpha)(l_{t-1} + b_{t-1})$	$l_t = \alpha(y_t/s_{t-m}) + (1 - \alpha)(l_{t-1} + b_{t-1})$
	$b_t = \beta^*(l_t - l_{t-1}) + (1 - \beta^*)b_{t-1}$	$b_t = \beta^*(l_t - l_{t-1}) + (1 - \beta^*)b_{t-1}$	$b_t = \beta^*(l_t - l_{t-1}) + (1 - \beta^*)b_{t-1}$
		$s_t = \gamma(y_t - l_{t-1} - b_{t-1}) + (1 - \gamma)s_{t-m}$	$s_t = \gamma(y_t/(l_{t-1} + b_{t-1})) + (1 - \gamma)s_{t-m}$
	$\hat{y}_{t+h t} = l_t + b_t h$	$\hat{y}_{t+h t} = l_t + b_t h + s_{t-m+h_m^+}$	$\hat{y}_{t+h t} = (l_t + b_t h)s_{t-m+h_m^+}$
A _a	$l_t = \alpha y_t + (1 - \alpha)(l_{t-1} + \phi b_{t-1})$	$l_t = \alpha(y_t - s_{t-m}) + (1 - \alpha)(l_{t-1} + \phi b_{t-1})$	$l_t = \alpha(y_t/s_{t-m}) + (1 - \alpha)(l_{t-1} + \phi b_{t-1})$
	$b_t = \beta^*(l_t - l_{t-1}) + (1 - \beta^*)\phi b_{t-1}$	$b_t = \beta^*(l_t - l_{t-1}) + (1 - \beta^*)\phi b_{t-1}$	$b_t = \beta^*(l_t - l_{t-1}) + (1 - \beta^*)\phi b_{t-1}$
		$s_t = \gamma(y_t - l_{t-1} - \phi b_{t-1}) + (1 - \gamma)s_{t-m}$	$s_t = \gamma(y_t/(l_{t-1} + \phi b_{t-1})) + (1 - \gamma)s_{t-m}$
	$\hat{y}_{t+h t} = l_t + \phi_h b_t$	$\hat{y}_{t+h t} = l_t + \phi_h b_t + s_{t-m+h_m^+}$	$\hat{y}_{t+h t} = (l_t + \phi_h b_t)s_{t-m+h_m^+}$

Adaptado de (Hyndman *et al.*, 2008)

Em cada caso, l_t identifica o nível da série no instante t , b_t identifica a tendência no instante t , s_t identifica a sazonalidade das séries no instante t e m identifica o número de frações do ano em que a série se divide; α , β^* , γ e ϕ são constantes, $\phi_h = \phi + \phi^2 + \dots + \phi^h$ e $h_m^+ = ((h - 1) \bmod m) + 1$.

Modelos ETS

Recentemente foram desenvolvidos modelos de espaço de estados para os métodos de alisamento exponencial (Hyndman *et al.*, 2008).

A diferença entre os métodos e os modelos tem a ver com a introdução do erro aleatório nos segundos, que vai permitir, para além da geração de previsões pontuais tal como os métodos, gerar também intervalos de confiança e a utilização de um critério objetivo de seleção de modelos candidatos, baseada no cálculo da verosimilhança.

Para cada método existem dois modelos, um com erros aditivos e outro com erros multiplicativos. As previsões pontuais produzidas pelos dois modelos são iguais, no caso de usarem os mesmos valores para as constantes de alisamento, no entanto, irão gerar intervalos de confiança diferentes.

Cada modelo consiste em uma equação da observação, que descreve os dados, e uma ou mais equações do estado, que descrevem como as componentes – nível, tendência e sazonalidade – não observadas, variam com o tempo.

Os modelos são identificados por um terno de letras (E, T, S) que especifica o tipo de cada componente, sendo E o erro, T a tendência e S a sazonalidade cujas possibilidades são, recorrendo à mesma notação usada na secção anterior: $E = \{A, M\}$, $T = \{N, A, A_a\}$ e $S = \{N, A, M\}$. Para os 9 métodos AE considerados existem 18 modelos de espaço de estados: 9 com erros aditivos e 9 com erros multiplicativos. A sigla ETS pode ainda ser considerada uma abreviatura da expressão *Exponential Smoothing*.

Uma vez especificado o modelo, podemos estudar a distribuição de probabilidade dos valores futuros da série e encontrar a média condicional de uma observação futura, dado o conhecimento do passado, que se traduz na seguinte expressão:

$\mu_{t+h|t} = E(y_{t+h} | \mathbf{x}_t)$, onde \mathbf{x}_t contém as componentes não observadas, nomeadamente l_t , b_t e s_t .

Para a maioria dos modelos, a média condicional é igual às previsões pontuais, logo, $\mu_{t+h|t} = \hat{y}_{t+h|t}$. No entanto, para outros modelos, nomeadamente aqueles com

sazonalidade multiplicativa, a média condicional e a previsão pontual diferirão ligeiramente para $h \geq 2$ (Hyndman *et al.*, 2008). Iremos ilustrar de seguida como a partir do método de tendência linear de Holt (A, N) se obtêm os modelos ETS respetivos, com erro aditivo ETS(A, A, N) e com erro multiplicativo ETS(M, A, N).

Modelo com erro aditivo: ETS(A, A, N):

A previsão a 1-passo para y_t do método de tendência linear de Holt, assumindo que se conhecem os valores dos parâmetros é ((Hyndman *et al.*, 2008)

$$\mu_t = \hat{y}_{t|t-1} = l_{t-1} + b_{t-1} \quad (3.8)$$

O erro de previsão, doravante designado por ε , define-se como a diferença entre o valor observado e o valor previsto para um dado instante t . Assim,

$$\varepsilon_t = y_t - \hat{y}_{t|t-1}. \quad (3.9)$$

Daqui vem que:

$$y_t = \hat{y}_{t|t-1} + \varepsilon_t \quad (3.10)$$

ou seja,

$$\varepsilon_t = y_t - l_{t-1} - b_{t-1}. \quad (3.11)$$

Assim, usando as Equações 3.5a, 3.5b e 3.5c podemos escrever:

$$l_t = l_{t-1} + b_{t-1} + \alpha \varepsilon_t, \quad (3.12)$$

$$b_t = b_{t-1} + \beta^*(l_t - l_{t-1} - b_{t-1}) = b_{t-1} + \beta \varepsilon_t, \quad (3.13)$$

onde $\beta = \alpha \beta^*$ e

$$y_t = l_{t-1} + b_{t-1} + \varepsilon_t. \quad (3.14)$$

Para a especificação do modelo estar completa é necessário especificar a distribuição de probabilidade do erro, ε_t . Habitualmente, assume-se que ε_t é independente e identicamente distribuído, seguindo uma distribuição Gaussiana com média 0 e variância σ^2 , que se escreve como: $\varepsilon_t \sim \text{NID}(0, \sigma^2)$, onde NID significa “Normal e independentemente distribuído”.

As três equações acima em conjunto com a distribuição estatística dos erros constituem o modelo de espaço de estados inovativo subjacente ao método de tendência linear de Holt com erros aditivos. Os modelos chamam-se inovativos devido ao facto de todas as equações neste tipo de especificação usarem o mesmo erro aleatório.

Modelo com erro multiplicativo: ETS(M, A, N)

Num modelo com o erro multiplicativo ε_t passa a ser um erro relativo dado pela expressão seguinte ((Hyndman *et al.*, 2008):

$$\varepsilon_t = \frac{y_t - (l_{t-1} + b_{t-1})}{l_{t-1} + b_{t-1}} \quad (3.15)$$

Usando uma abordagem semelhante à anterior, o modelo de espaço de estados inovativo subjacente ao método de tendência linear de Holt com erros multiplicativos é especificado da seguinte forma:

$$l_t = (l_{t-1} + b_{t-1})(1 + \alpha\varepsilon_t), \quad (3.16a)$$

$$b_t = b_{t-1} + \beta(l_{t-1} + b_{t-1})\varepsilon_t, \quad (3.16b)$$

$$y_t = (l_{t-1} + b_{t-1})(1 + \varepsilon_t). \quad (3.16c)$$

onde, novamente, $\beta = \alpha\beta^*$ e $\varepsilon_t \sim \text{NID}(0, \sigma^2)$.

Trata-se de um modelo não linear pelo que deveria ser mais difícil gerar estimativas e previsões. Contudo, uma das muitas vantagens dos modelos inovativos de espaço de estados é o facto de estes permitirem calcular as previsões, a verosimilhança e os intervalos de confiança para modelos não lineares sem mais esforço do que o necessário para os modelos lineares.

De modo análogo podem obter-se os modelos para cada um dos restantes métodos de AE referidos. As tabelas 3.3 e 3.4 apresentam, respetivamente, as equações dos modelos de espaço de estados com erro aditivo e com erro multiplicativo da framework ETS.

Tabela 3.3: Modelos ETS com erro aditivo

Tendência	Sazonalidade		
	N	A	M
N	$l_t = l_{t-1} + \alpha \varepsilon_t$ $y_t = l_{t-1} + \varepsilon_t$	$l_t = l_{t-1} + \alpha \varepsilon_t$ $s_t = s_{t-m} + \gamma \varepsilon_t$ $y_t = l_{t-1} + s_{t-m} + \varepsilon_t$	$l_t = l_{t-1} + \alpha \varepsilon_t / s_{t-m}$ $s_t = s_{t-m} + \gamma \varepsilon_t / l_{t-1}$ $y_t = l_{t-1} s_{t-m} + \varepsilon_t$
A	$l_t = l_{t-1} + b_{t-1} + \alpha \varepsilon_t$ $b_t = b_{t-1} + \beta \varepsilon_t$ $y_t = l_{t-1} + b_{t-1} + \varepsilon_t$	$l_t = l_{t-1} + b_{t-1} + \alpha \varepsilon_t$ $b_t = b_{t-1} + \beta \varepsilon_t$ $s_t = s_{t-m} + \gamma \varepsilon_t$ $y_t = l_{t-1} + b_{t-1} + s_{t-m} + \varepsilon_t$	$l_t = l_{t-1} + b_{t-1} + \alpha \varepsilon_t / s_{t-m}$ $b_t = b_{t-1} + \beta \varepsilon_t / s_{t-m}$ $s_t = s_{t-m} + \gamma \varepsilon_t / (l_{t-1} + b_{t-1})$ $y_t = (l_{t-1} + b_{t-1}) s_{t-m} + \varepsilon_t$
A _a	$l_t = l_{t-1} + \phi b_{t-1} + \alpha \varepsilon_t$ $b_t = \phi b_{t-1} + \beta \varepsilon_t$ $y_t = l_{t-1} + \phi b_{t-1} + \varepsilon_t$	$l_t = l_{t-1} + \phi b_{t-1} + \alpha \varepsilon_t$ $b_t = \phi b_{t-1} + \beta \varepsilon_t$ $s_t = s_{t-m} + \gamma \varepsilon_t$ $y_t = l_{t-1} + \phi b_{t-1} + s_{t-m} + \varepsilon_t$	$l_t = l_{t-1} + \phi b_{t-1} + \alpha \varepsilon_t / s_{t-m}$ $b_t = \phi b_{t-1} + \beta \varepsilon_t / s_{t-m}$ $s_t = s_{t-m} + \gamma \varepsilon_t / (l_{t-1} + \phi b_{t-1})$ $y_t = (l_{t-1} + \phi b_{t-1}) s_{t-m} + \varepsilon_t$

Adaptado de (Hyndman *et al.*, 2008).

Tabela 3.4: Modelos ETS com erro multiplicativo

Tendência	Sazonalidade		
	N	A	M
N	$l_t = l_{t-1}(1 + \alpha \varepsilon_t)$	$l_t = l_{t-1} + \alpha(l_{t-1} + s_{t-m})\varepsilon_t$	$l_t = l_{t-1}(1 + \alpha \varepsilon_t)$
		$s_t = s_{t-m} + \gamma(l_{t-1} + s_{t-m})\varepsilon_t$	$s_t = s_{t-m}(1 + \gamma \varepsilon_t)$
	$y_t = l_{t-1}(1 + \varepsilon_t)$	$y_t = (l_{t-1} + s_{t-m})(1 + \varepsilon_t)$	$y_t = l_{t-1}s_{t-m}(1 + \varepsilon_t)$
A	$l_t = l_{t-1} + b_{t-1} + (1 + \alpha \varepsilon_t)$	$l_t = l_{t-1} + b_{t-1} + \alpha(l_{t-1} + b_{t-1} + s_{t-m})\varepsilon_t$	$l_t = (l_{t-1} + b_{t-1})(1 + \alpha \varepsilon_t)$
	$b_t = b_{t-1} + \beta(l_{t-1} + b_{t-1})\varepsilon_t$	$b_t = b_{t-1} + \beta(l_{t-1} + b_{t-1} + s_{t-m})\varepsilon_t$	$b_t = b_{t-1} + \beta(l_{t-1} + b_{t-1})\varepsilon_t$
	$y_t = l_{t-1} + b_{t-1} + (1 + \varepsilon_t)$	$y_t = (l_{t-1} + b_{t-1} + s_{t-m})(1 + \varepsilon_t)$	$y_t = (l_{t-1} + b_{t-1})s_{t-m}(1 + \varepsilon_t)$
Λ_a	$l_t = (l_{t-1} + \phi b_{t-1})(1 + \alpha \varepsilon_t)$	$l_t = l_{t-1} + \phi b_{t-1} + \alpha(l_{t-1} + \phi b_{t-1} + s_{t-m})\varepsilon_t$	$l_t = (l_{t-1} + \phi b_{t-1})(1 + \alpha \varepsilon_t)$
	$b_t = \phi b_{t-1} + \beta(l_{t-1} + \phi b_{t-1})\varepsilon_t$	$b_t = \phi b_{t-1} + \beta(l_{t-1} + \phi b_{t-1} + s_{t-m})\varepsilon_t$	$b_t = \phi b_{t-1} + \beta(l_{t-1} + \phi b_{t-1})\varepsilon_t$
	$y_t = (l_{t-1} + \phi b_{t-1})(1 + \varepsilon_t)$	$y_t = (l_{t-1} + \phi b_{t-1} + s_{t-m})(1 + \varepsilon_t)$	$y_t = (l_{t-1} + \phi b_{t-1})s_{t-m}(1 + \varepsilon_t)$

Adaptado de (Hyndman *et al.*, 2008).

Como já foi referido, uma das vantagens de usar modelos ETS é a possibilidade de utilizar um critério objetivo de seleção de modelos candidatos. Existem vários critérios que podem ser utilizados para determinar qual dos 18 modelos disponíveis é o mais apropriado para uma dada série temporal, sendo que o utilizado no presente trabalho é o Critério de Informação de *Akaike* corrigido (AIC_c), que é adequado para séries de pequena dimensão. O Critério de Informação de *Akaike* (AIC) é (Hyndman e Athanasopoulos, 2017):

$$AIC = -2 \log(L) + 2k, \quad (3.17)$$

e, por sua vez, o AIC_c é (Hyndman e Athanasopoulos, 2017):

$$AIC_c = AIC + \frac{2(k+1)(k+2)}{T-k}, \quad (3.18)$$

onde, L é a verossimilhança do modelo e k é o número total de parâmetros e estados iniciais estimados. O melhor modelo será aquele que apresentar o menor valor de um destes critérios.

3.1.2 Modelos ARIMA

Os modelos ARIMA consistem numa outra abordagem estatística para previsão de séries temporais. Enquanto que os modelos ETS são baseados na descrição da tendência e sazonalidade das séries, os modelos ARIMA são baseados na descrição das autocorrelações das mesmas.

Há um requisito fundamental para que os modelos ARIMA possam ser aplicados. As séries têm de ser estacionárias o que implica que tenham de ter média e variância constantes e covariância entre dois quaisquer instantes independente do tempo, dependendo apenas do desfazamento temporal entre eles. Na prática, a estacionaridade de uma série temporal observa-se quando os dados não apresentam nem tendência nem sazonalidade flutuando em torno de uma média constante com a variância das flutuações também constante ao longo do tempo.

Uma série que não é estacionária em média também não é em variância e covariância, no entanto, o contrário não é necessariamente verdade, pois, pode ser estacionária em média e não ser estacionária em variância e covariância.

Para estabilizar a média de uma série não estacionária em média utilizam-se transformações de diferenciação e para estabilizar a variância de uma série não estacionária em variância utiliza-se a família de transformações de Box-Cox (Hyndman e Athanasopoulos, 2017).

A transformação de estabilização da variância, se for necessária, deve ser feita antes da transformação de estabilização da média, ou seja, antes da diferenciação.

A diferenciação simples ou de 1ª ordem de uma série temporal consiste em obter a diferença entre observações consecutivas, isto é

$$y'_t = y_t - y_{t-1}. \quad (3.19)$$

A série diferenciada terá somente $T - 1$ valores, visto que não é possível calcular a diferença para a 1ª observação.

Por vezes, após a primeira diferenciação a série continua a não ser estacionária e pode ser necessário diferenciá-la novamente para obter uma série estacionária, é o que se denomina por diferenciação de 2ª ordem.

Quando uma série apresenta um comportamento periódico repetitivo pode aplicar-se uma transformação de diferenciação sazonal, definida por:

$$y'_t = y_t - y_{t-m} \quad (3.20)$$

onde y_{t-m} é a observação homóloga de y_t relativa ao período sazonal anterior e m é o número de observações do período sazonal.

O operador atraso B , em inglês *Backshift*, é uma ferramenta útil para explicitar a diferenciação simples e sazonal nos modelos ARIMA. Este operador é definido por:

$$By_t = y_{t-1} \quad (3.21)$$

pelo que, aplicar B a uma série y_t tem o efeito de atrasar os dados um instante temporal. Se quisermos o efeito de atrasar os dados dois instantes, será necessário aplicar B duas vezes a y_t :

$$B^2 y_t = B(By_t) = B(y_{t-1}) = y_{t-2}. \quad (3.22)$$

Assim, utilizando o operador de atraso, pode reescrever-se a Equação 3.19 da seguinte forma:

$$y'_t = y_t - y_{t-1} = y_t - By_t = (1 - B)y_t. \quad (3.23)$$

De um modo geral, uma diferenciação de ordem d pode ser escrita na forma

$$(1 - B)^d y_t. \quad (3.24)$$

Os modelos ARIMA são representados por ARIMA (p, d, q) , sendo p o número de termos autorregressivos, d o número de diferenciações simples e q o número de termos de médias móveis. No caso de modelos com sazonalidade, acrescenta-se a esta representação um outro terno de letras: ARIMA $(p, d, q)(P, D, Q)_m$, onde as letras maiúsculas têm o

mesmo significado que as minúsculas correspondendo as primeiras à parte sazonal e as segundas à parte não sazonal, sendo m a período da sazonalidade.

Estes modelos resultam da junção de três partes: a parte autorregressiva, a parte da diferenciação e a parte das médias móveis. A parte autorregressiva usa os valores passados da variável de interesse para a explicar. A parte das médias móveis usa os erros passados do modelo para explicar a variável de interesse.

Assim, o modelo ARIMA (p, d, q) não sazonal tem representação

$$(1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p)(1 - B)^d y_t = c + (1 + \theta_1 B + \dots + \theta_q B^q) \varepsilon_t \quad (3.25)$$

ou

$$y'_t = c + \phi_1 y'_{t-1} + \dots + \phi_p y'_{t-p} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (3.26)$$

onde p, d e q são inteiros não negativos, d é o número de diferenciações simples necessárias para estabilizar a série em média, $y'_t = (1 - B)^d y_t$ representa a série estacionária depois de ter sido diferenciada d vezes, ϕ_1, \dots, ϕ_p são os parâmetros autorregressivos, $\theta_1, \dots, \theta_q$ são os parâmetros de médias móveis e os erros $\varepsilon_t \sim \text{NID}(0, \sigma^2)$.

A escolha de valores apropriados para p, d e q pode ser obtida através da Função de Autocorrelação e da Função de Autocorrelação parcial da série temporal. Detalhes deste procedimento, que estão fora do âmbito desta dissertação, podem ser encontrados em (Hyndman e Athanasopoulos, 2017).

O modelo ARIMA $(p, d, q)(P, D, Q)_m$ sazonal tem a seguinte representação:

$$\phi_p(B) \Phi_P(B^m) (1 - B)^d (1 - B^m)^D y_t = c + \theta_q(B) \Theta_Q(B^m) \varepsilon_t \quad (3.27)$$

onde,

$$\begin{aligned} \phi_p(B) &= 1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p, \\ \Phi_P(B^m) &= 1 - \phi_1 B^m - \dots - \phi_P B^{Pm}, \\ \theta_q(B) &= 1 + \theta_1 B + \dots + \theta_q B^q \text{ e} \\ \Theta_Q(B^m) &= 1 + \theta_1 B^m + \dots + \theta_Q B^{Qm}. \end{aligned}$$

Identificados vários modelos candidatos é necessário escolher o melhor deles. Assim, tal como no caso dos modelos ETS, existe aqui a possibilidade de utilizar um critério objetivo de seleção de modelos candidatos. Recorrendo, de igual forma, ao Critério de Informação de *Akaike* corrigido (AIC_c) têm-se:

$$\text{AIC}_c = \text{AIC} + \frac{2(p+q+k+1)(p+q+k+2)}{T-p-q-k-2}, \quad (3.28)$$

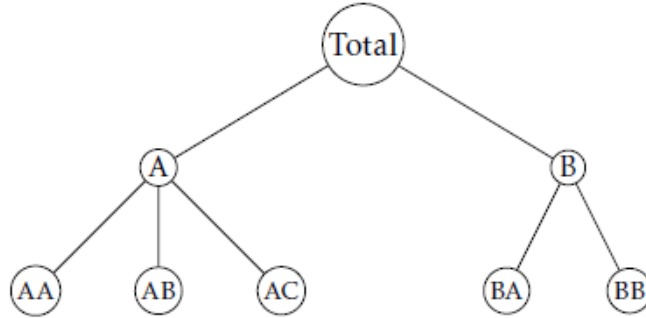
sendo o AIC definido por:

$$AIC = -2 \log(L) + 2(p + q + k + 1), \quad (3.29)$$

onde, L é a verossimilhança dos dados e $k = 1$ se $c \neq 0$ ou $k = 0$ se $c = 0$. O melhor modelo será aquele que apresentar o menor valor de um destes critérios.

3.2 Séries temporais hierárquicas

Considere-se uma estrutura hierárquica com vários níveis, onde o nível 0 corresponde ao nível superior da hierarquia que contém as séries temporais totalmente agregadas, o nível 1 corresponde ao primeiro nível de desagregação, até ao nível k que corresponde ao nível inferior e contém as séries mais desagregadas da hierarquia. Para identificar cada série e o respetivo nível de desagregação são usadas habitualmente sequências de letras. Assim, y_t é a observação do instante t da série do nível superior da hierarquia, com $t = 1, \dots, T$. Abaixo deste nível, $y_{X,t}$ identifica a observação do instante t da série correspondente ao nó X da árvore hierárquica.



(Wickramasuriya *et al.*, 2018)

Figura 3.1: Diagrama de árvore representativo de uma estrutura hierárquica

Para exemplificar esta nomenclatura vamos recorrer à Figura 3.1. Esta figura apresenta uma estrutura hierárquica com apenas dois níveis, $k = 2$. No topo da hierarquia aparece o Total que corresponde ao nível 0 da hierarquia e à máxima agregação dos dados. O Total é desagregado em dois nós, A e B que correspondem ao nível 1 da hierarquia, o nível 2 corresponde à desagregação máxima dos dados, com 5 nós. A letra A indica que a série corresponde ao nó A do nível 1; AB identifica a série B do nível 2 proveniente da série A do nível 1, e assim sucessivamente. O número total de séries da hierarquia é $n = n_1 + \dots + n_k$ onde n_i é o número de nós do nível i . Neste caso $n = 1 + 2 + 5 = 8$

sendo o número total de séries do nível inferior $m = 5$. Para qualquer instante t , as observações das séries do nível inferior da hierarquia somadas dão origem às observações da série do nível acima, o que se traduz, na forma matemática, em:

$$y_t = y_{AA,t} + y_{AB,t} + y_{AC,t} + y_{BA,t} + y_{BB,t} \quad (3.30)$$

$$y_{A,t} = y_{AA,t} + y_{AB,t} + y_{AC,t} \text{ e } y_{B,t} = y_{BA,t} + y_{BB,t} \quad (3.31)$$

Logo,

$$y_t = y_{A,t} + y_{B,t} \quad (3.32)$$

Estas equações podem ser consideradas como restrições de agregação e podem ser representadas de forma mais simples, recorrendo à notação matricial:

$$\begin{bmatrix} y_t \\ y_{A,t} \\ y_{B,t} \\ y_{AA,t} \\ y_{AB,t} \\ y_{AC,t} \\ y_{BA,t} \\ y_{BB,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} y_{AA,t} \\ y_{AB,t} \\ y_{AC,t} \\ y_{BA,t} \\ y_{BB,t} \end{bmatrix}$$

Ou, de forma mais compacta,

$$y_t = S b_t, \quad (3.33)$$

em que y_t designa o vetor $(n \times 1)$ de todas as observações da hierarquia no instante t ; S é a matriz soma $(n \times m)$ e dita o modo como as séries são agregadas, onde cada linha representa uma série da hierarquia e o número de colunas corresponde ao número de séries do nível inferior da mesma, e b_t é o vetor $(m \times 1)$ de todas as observações do nível inferior da hierarquia no instante t .

A mesma notação geral pode ser aplicada a qualquer coleção de séries temporais sujeita a restrições de agregação, independentemente do número de séries. Cada restrição de agregação é representada por uma linha na matriz soma S .

O objetivo é gerar previsões para cada série da hierarquia.

Sejam $\hat{y}_{T+h|T}$ as previsões para h instantes à frente da série do nível superior da hierarquia, doravante apenas identificadas por \hat{y}_h e $\hat{y}_{X,h}$ as previsões h instantes à frente da série do nó X .

Estas previsões são calculadas de forma independente para cada série, com base nos respetivos valores históricos, não tendo em conta qualquer relação existente entre elas. São

denominadas “previsões base”. Note-se que qualquer método pode ter sido usado para produzir essas previsões.

É improvável que a soma das previsões base do nível inferior seja igual às previsões do seu nível superior, para cada horizonte h . Essas previsões base são então combinadas para produzir previsões finais para toda a hierarquia de forma a que sejam consistentes com a estrutura da hierarquia, e para que a igualdade se verifique. Estas previsões são referidas como previsões coerentes e definidas como $\tilde{y}_{X,h}$, \tilde{y}_h , respetivamente.

Há várias formas de combinar as previsões base para obter as previsões finais coerentes. A secção seguinte discute algumas abordagens possíveis.

3.3 Métodos de previsão de hierarquias

Bottom-up

No método *bottom-up*, começa-se por gerar previsões para cada série do nível mais baixo da hierarquia de forma independente, sendo depois agregados os resultados para se obterem as previsões dos níveis superiores da hierarquia.

Por exemplo, para a hierarquia da Figura 3.1., primeiro geram-se previsões h -passos à frente para cada série do nível inferior:

$$\hat{y}_{AA,h}, \hat{y}_{AB,h}, \hat{y}_{AC,h}, \hat{y}_{BA,h} \text{ e } \hat{y}_{BB,h}. \quad (3.34)$$

De seguida, somam-se os valores obtidos para cada horizonte h e obtêm-se previsões h -passos à frente coerentes para as restantes séries:

$$\tilde{y}_h = \hat{y}_{AA,h} + \hat{y}_{AB,h} + \hat{y}_{AC,h} + \hat{y}_{BA,h} + \hat{y}_{BB,h} \quad (3.35)$$

$$\tilde{y}_{A,h} = \hat{y}_{AA,h} + \hat{y}_{AB,h} + \hat{y}_{AC,h} \quad (3.36)$$

$$\tilde{y}_{B,h} = \hat{y}_{BA,h} + \hat{y}_{BB,h} \quad (3.37)$$

Na forma matricial, a abordagem *bottom-up* pode ser representada da seguinte forma:

$$\tilde{y}_h = S\hat{b}_h \quad (3.38)$$

onde \tilde{y}_h é o vetor coluna ($n \times 1$) das previsões coerentes h -passos à frente de todas as séries da hierarquia e \hat{b}_h é o vetor coluna ($m \times 1$) das previsões base h -passos à frente das séries do nível inferior.

Top-down

O método *top-down* consiste em gerar previsões da série do nível superior, y_t , e depois desagregam-se essas previsões conforme os níveis da hierarquia; o método define um conjunto de proporções, p_1, \dots, p_m , que indicam como as previsões do nível superior devem ser desagregadas para se obterem as previsões do nível inferior da hierarquia, existindo diversos métodos para obter essas proporções.

Para a estrutura hierárquica representada na Figura 3.1., dado o conjunto de proporções, p_1, \dots, p_5 , tem-se:

$$\begin{aligned}\tilde{y}_{AA,t} &= p_1 \hat{y}_t, \tilde{y}_{AB,t} = p_2 \hat{y}_t, \tilde{y}_{AC,t} = p_3 \hat{y}_t \\ \tilde{y}_{BA,t} &= p_4 \hat{y}_t \text{ e } \tilde{y}_{BB,t} = p_5 \hat{y}_t\end{aligned}\tag{3.39}$$

Em notação matricial, dado o vetor coluna $(m \times 1)$ $\mathbf{p} = (p_1, \dots, p_m)'$, vem:

$$\tilde{\mathbf{b}}_t = \mathbf{p} \hat{y}_t,\tag{3.40}$$

onde $\tilde{\mathbf{b}}_t$ é o vetor das previsões coerentes para o nível inferior da hierarquia no instante t .

Depois das previsões coerentes h -passos à frente para o nível inferior da hierarquia terem sido obtidas, basta somá-las de acordo com a estrutura da mesma para obtermos previsões coerentes para as séries dos restantes níveis. De forma geral, para um conjunto específico de proporções, a abordagem *top-down* pode ser representada por:

$$\tilde{\mathbf{y}}_h = \mathbf{S} \tilde{\mathbf{b}}_t = \mathbf{S} \mathbf{p} \hat{y}_t\tag{3.41}$$

Falta agora explicar quais os procedimentos para definir o vetor \mathbf{p} . As duas abordagens mais comuns definem as proporções de desagregação com base nas proporções dos dados históricos, nomeadamente pelo valor médio das proporções históricas ou pela média dos dados históricos em relação à média do total. As equações seguintes, traduzem cada uma das abordagens, respetivamente.

$$p_j = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \frac{y_{j,t}}{y_t}\tag{3.42}$$

$$p_j = \sum_{t=1}^T \frac{y_{j,t}}{T} / \sum_{t=1}^T \frac{y_t}{T}\tag{3.43}$$

para $j = 1, \dots, m$.

Como as proporções históricas usadas para a desagregação não têm em conta como essas proporções se podem alterar ao longo do tempo, as abordagens *top-down* baseadas em proporções históricas tendem a produzir previsões menos precisas em níveis mais baixos da

hierarquia do que o método *bottom-up*. Como alternativa, podem ser usadas proporções baseadas em previsões.

Considere-se uma hierarquia de apenas um nível. Primeiro, geram-se previsões h -passos à frente para todas as séries, que se designam por previsões iniciais. De seguida, calcula-se o peso da previsão inicial de cada série do nível inferior no total, que é dado pela soma de todas as previsões iniciais deste nível. Obtêm-se assim as proporções com base nas previsões. São estas proporções que são usadas para desagregar a previsão inicial do nível superior de forma a gerar previsões coerentes para toda a estrutura hierárquica. Generalizando, para uma hierarquia com k níveis, este processo tem de ser repetido para cada nó, de cima para baixo.

Este processo de obter as proporções de previsão, pode ser representado, de forma geral, pela seguinte expressão:

$$p_j = \prod_{l=0}^{k-1} \frac{\hat{y}_{j,h}^{(l)}}{\hat{S}_{j,h}^{(l+1)}}, \quad (3.44)$$

onde $j = 1, \dots, m$, $\hat{y}_{j,h}^{(l)}$ é a previsão inicial h -passos à frente da série correspondentes ao nó l níveis acima de j , e $\hat{S}_{j,h}^{(l+1)}$ é a soma das previsões iniciais h -passos à frente do nó imediatamente abaixo daquele que está l níveis acima de j e estão diretamente conectados a ele.

Método de combinação ótima

Todos os métodos considerados até agora podem ser representados, de forma geral, da seguinte forma:

$$\tilde{\mathbf{y}}_h = \mathbf{S}\mathbf{P}\hat{\mathbf{y}}_h \quad (3.45)$$

onde \mathbf{P} é uma matriz que mapeia as previsões base do nível inferior da hierarquia, e a matriz \mathbf{S} soma estas previsões com base na estrutura de agregação a fim de produzir previsões coerentes, $\tilde{\mathbf{y}}_h$. A matriz \mathbf{P} é definida de acordo com o método implementado.

A equação pode ser reescrita da forma,

$$\tilde{\mathbf{y}}_h = \mathbf{R}\hat{\mathbf{y}}_h, \quad (3.46)$$

onde $\mathbf{R} = \mathbf{S}\mathbf{P}$ é uma matriz de reconciliação, isto é, a partir das previsões base, $\hat{\mathbf{y}}_h$, produz previsões coerentes, $\tilde{\mathbf{y}}_h$.

Nos métodos discutidos até agora, não é feita uma verdadeira reconciliação dos dados, pois todos eles se baseiam em previsões de um único nível da estrutura hierárquica que foram agregadas ou desagregadas para se obterem previsões coerentes.

Com o objetivo de encontrar um método de reconciliação melhor, o que significa, encontrar uma matriz \mathbf{P} que forneça previsões reconciliadas mais precisas, surgiu o método de combinação ótima.

Primeiro temos de nos certificar que temos previsões não enviesadas. Se as previsões base $\hat{\mathbf{y}}_h$ não forem enviesadas então as previsões coerentes $\tilde{\mathbf{y}}_h$ também não serão, dado que $\mathbf{SPS} = \mathbf{S}$. Isto implica uma restrição na matriz \mathbf{P} . De notar que nenhuma das abordagens *top-down* satisfaz esta restrição e como tal, o método *top-down* produz resultados enviesados.

De seguida, é necessário encontrar o erro das previsões geradas. A matriz de variâncias e covariâncias das previsões coerentes para h -passos à frente é dada por:

$$\mathbf{V}_h = \text{Var}[\mathbf{y}_{T+h} - \tilde{\mathbf{y}}_h] = \mathbf{SPW}_h\mathbf{P}'\mathbf{S}', \quad (3.47)$$

onde $\mathbf{W}_h = \text{Var}[\mathbf{y}_{T+h} - \hat{\mathbf{y}}_h]$ é a matriz de variâncias e covariâncias dos erros das previsões base correspondentes.

O método de combinação ótima consiste em encontrar uma matriz \mathbf{P} que minimize as variâncias do erro do conjunto de previsões coerentes. Essas variâncias do erro encontram-se na diagonal da matriz \mathbf{V}_h , e, portanto, a soma de todas as variâncias do erro é dada pelo traço da matriz \mathbf{V}_h . A matriz \mathbf{P} que minimiza o traço da matriz \mathbf{V}_h tal que $\mathbf{SPS} = \mathbf{S}$, é dada por:

$$\mathbf{P} = (\mathbf{S}'\mathbf{W}_h^{-1}\mathbf{S})^{-1}\mathbf{S}'\mathbf{W}_h^{-1} \quad (3.48)$$

Assim sendo, as previsões reconciliadas ótimas são dadas por

$$\tilde{\mathbf{y}}_h = \mathbf{S}(\mathbf{S}'\mathbf{W}_h^{-1}\mathbf{S})^{-1}\mathbf{S}'\mathbf{W}_h^{-1}\hat{\mathbf{y}}_h, \quad (3.49)$$

sendo este referido pelos autores como o estimador “MinT”.

Para usar esta abordagem, na prática é necessário estimar \mathbf{W}_h . Dada a dificuldade em estimar esta matriz, existem quatro possíveis formas de fazer uma estimação aproximada, que se traduzem em quatro variantes do método de combinação ótima:

i. Definir $\mathbf{W}_h = k_h\mathbf{I}$, para qualquer h , onde $k_h > 0$. Esta é a hipótese mais simples e significa assumir que a matriz \mathbf{P} é independente dos dados, o que proporciona vantagem em termos computacionais. A desvantagem é que esta especificação não tem em conta as diferenças de escala entre os níveis da estrutura hierárquica. Esta especificação tem

subjacente a utilização do estimador de mínimos quadrados ordinários (OLS – *ordinary least squares*);

ii. Definir $\mathbf{W}_h = k_h \text{diag}(\widehat{\mathbf{W}}_1)$ para qualquer h , onde $k_h > 0$, $\widehat{\mathbf{W}}_1 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \mathbf{e}_t \mathbf{e}_t'$ e \mathbf{e}_t é um vetor dos resíduos dos modelos que geraram as previsões base. Esta especificação escala as previsões base usando a variância dos resíduos e é, por isso, referida como estimador de mínimos quadrados ponderados (WLS – *weighted least squares*);

iii. Definir $\mathbf{W}_h = k_h \mathbf{A}$, para qualquer h , onde $k_h > 0$, $\mathbf{A} = \text{diag}(\mathbf{S}\mathbf{1})$, e $\mathbf{1}$ é um vetor unitário de dimensão n . Esta especificação assume que os erros das previsões base do nível inferior têm variância k_h e não estão correlacionados entre os diferentes nós. Este estimador depende apenas da estrutura hierárquica, nomeadamente do número de séries e não dos dados reais e é particularmente útil nos casos em que os resíduos não estão disponíveis;

iv. Definir $\mathbf{W}_h = k_h \mathbf{W}_1$ para qualquer h , onde $k_h > 0$. Neste caso apenas se assume que as matrizes de covariâncias dos erros são proporcionais umas às outras e estima-se diretamente a matriz completa de covariâncias de um passo, \mathbf{W}_1 . Contudo, para estudos em que o número de séries de nível inferior é grande em comparação com o comprimento das séries, como será o presente caso de estudo, este não é um bom estimador. Como alternativa, pode utilizar-se um estimador *shrinkage* que encurta a covariância da amostra para uma matriz diagonal.

4 Caso de estudo

4.1 Conjunto de dados

O grupo Jerónimo Martins é um grupo internacional sediado em Portugal com 225 anos de experiência acumulada no setor do retalho.

A distribuição alimentar é a sua principal área de negócio e representa mais de 95% das vendas consolidadas. Em Portugal lidera o segmento de supermercados através da cadeia Pingo Doce, e de *Cash & Carry*, com o Recheio.

O grupo Jerónimo Martins disponibilizou uma base de dados reais referentes às vendas por SKU registadas em 12 lojas da marca Pingo Doce. Os dados foram agregados numa base semanal e correspondem ao período de 3 de Janeiro de 2012 até 27 de Abril de 2015, perfazendo um total de 173 semanas.

No presente estudo será apenas utilizado o histórico das vendas de uma das lojas, sendo que foi escolhida a loja com o maior número de SKUs, doravante designada por loja 412.

A loja 412 tinha um registo de 20454 SKUs dos quais apenas 988 foram utilizados neste trabalho, devido ao facto de terem sido seleccionadas as 6 principais áreas e terem sido excluídos todos os produtos que em alguma semana não tinham registo de vendas. Não foram objeto de estudo os artigos das áreas têxtil, bazar e elétricos. Na Tabela 4.1 é apresentada a forma como o 988 SKUs se distribuem pela estrutura hierárquica dos produtos das 6 áreas seleccionadas.

Tabela 4.1: Número de séries em cada nível por área

Áreas	Divisões	Famílias	Categorias	Subcategorias	SKUs
Mercearia	3	14	51	144	309
Perecíveis Especializados	6	19	50	102	193
Perecíveis Não Especializados	4	16	48	117	287
Bebidas	4	6	16	32	103
Detergentes/Produtos de limpeza	2	9	19	27	37
Produtos Pessoais	2	9	19	37	59
Total	21	73	203	459	988

Na Figura 4.1 pode ver-se um gráfico das vendas no nível 0 e no nível 1 da hierarquia, correspondentes respetivamente à Loja e às 6 Áreas selecionadas. O pico registado no início das séries é justificado pelo evento promocional levado a cabo pelo Pingo Doce no dia 1 de Maio de 2012.

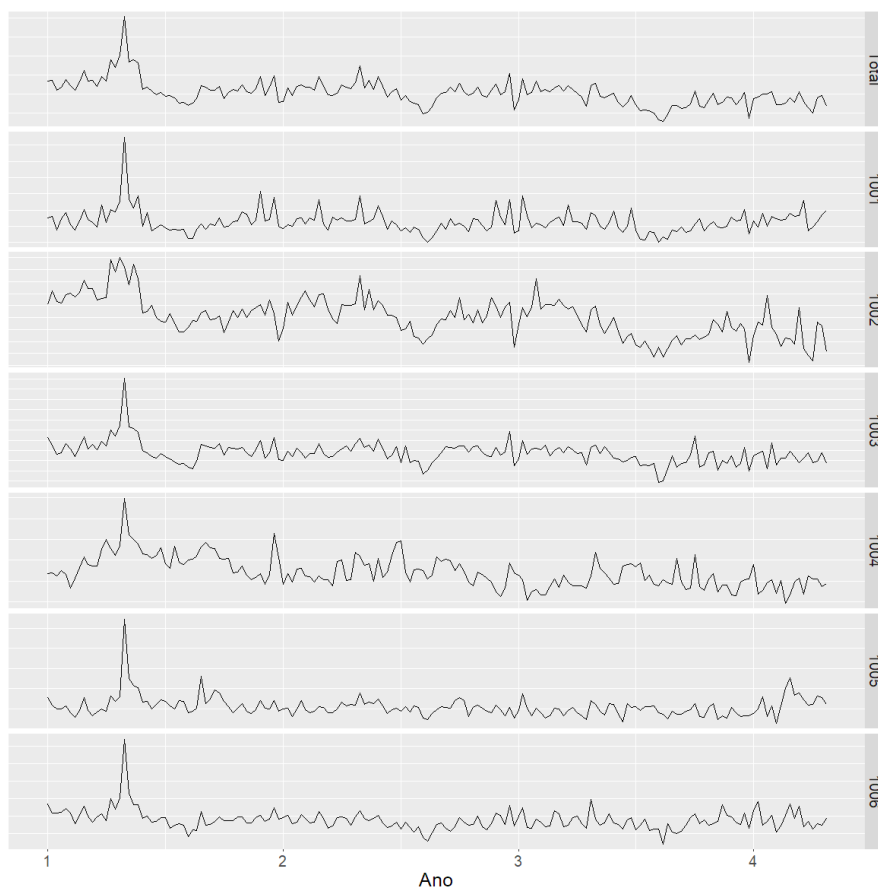


Figura 4.1: Total de vendas (Nível superior: Loja) e vendas por Área (Nível 1)

Para uma melhor compreensão da estrutura hierárquica específica dos dados e que será explorada neste estudo, na Tabela 4.2. é apresentada, como exemplo, a estrutura completa da Divisão “Leite” que pertence à área de Perecíveis Não Especializados.

Na Figura 4.2. observa-se o gráfico relativo a todos os SKUs da Divisão “Leite”, agrupados por Subcategoria, que corresponde ao nível 5 da hierarquia.

Tabela 4.2: Estrutura hierárquica da Divisão “Leite”

Áreas	Divisões	Famílias	Categorias	Subcategorias	SKUs
Percíveis não especializados	Leite	Leite do dia	Leite	Leite dia past. brik	5
			pasteurizado		
		Leite UHT	Leite UHT corrente	Leite UHT meio gordo	2
				Leite UHT magro	3
			Leite UHT especial	Leite UHT esp. m/ gordo	10
				Leite UHT especial magro	3
				Leite UHT	3
				aromatizado	

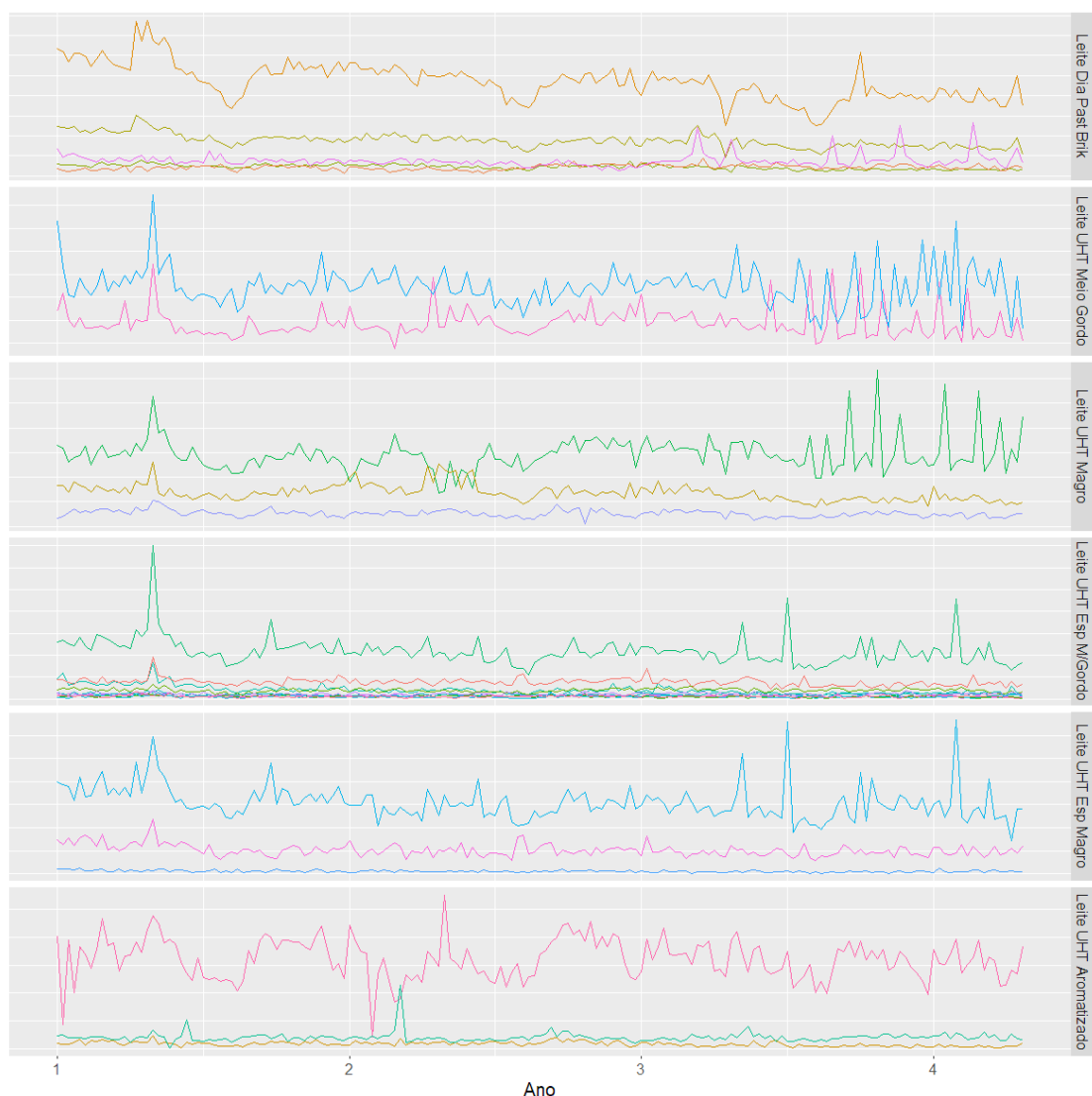


Figura 4.2: Vendas agrupadas por Subcategoria (Nível 5) dos SKUs da Divisão Leite (Nível 2) da Área Perecíveis Não Especializados (Nível 1)

4.2 Estudo empírico

Depois da seleção e tratamento dos dados e da aplicação de uma agregação adequada, produziram-se as previsões para cada nível de agregação. Para este propósito utilizaram-se os modelos ETS e ARIMA, confrontando os vários métodos de previsão de hierarquias.

Toda a análise e processamento foi levada a cabo recorrendo ao *package* “hts” (*Hierarchical Time Series*) do *software* estatístico R (<https://www.r-project.org/>), em conjunto com o ambiente de programação RStudio. O *package* “hts” trata as séries temporais como uma estrutura hierárquica e nele estão implementados todos os métodos de previsão hierárquica supracitados. Para gerar as previsões iniciais foi utilizado o *package* “forecast”.

Em problemas de previsão, as observações disponíveis de uma série são divididas em dois grupos: um para treino - com o qual o algoritmo aprende durante a fase de modelização, e um segundo para teste - afim de averiguar o erro associado ao modelo aprendido. Estes conjuntos têm obrigatoriamente de ser disjuntos, caso contrário, o modelo tiraria vantagem ao conhecer os dados de teste. No caso em estudo utilizaram-se 139 semanas como conjunto de treino, 34 semanas como conjunto de teste e um horizonte de previsão igual a 13.

Conjunto de treino					Conjunto de teste		
1	2	3	...	139	140	...	173

O desempenho das abordagens de previsão hierárquica estudadas foi avaliado recorrendo a medidas de erro adequadas para séries temporais hierarquizadas, usando para comparação as previsões base de todas as séries da hierarquia, designadas habitualmente por previsões do *benchmark*.

Para tornar mais robusta a avaliação desse desempenho, foi usado um procedimento designado por “*rolling*”. O *rolling* é uma técnica de avaliação segundo a qual a origem da previsão é atualizada sucessivamente e as previsões são produzidas a partir de cada origem, tal como se encontra esquematizado de seguida:

	...	138	139	140	141	...	152	153	...	159	160	161	...	172	173
Origem 139															
Origem 140															
...															
Origem 159															
Origem 160															

4.3 Medidas de avaliação de desempenho de previsão

Nesta secção serão descritas as medidas de erro utilizadas para avaliar a precisão das previsões dadas pelos diferentes métodos.

Nos modelos de previsão, o erro corresponde à diferença entre o valor observado e o valor previsto para um dado instante t :

$$e_t = y_t - \hat{y}_t, \quad t = m + 1, m + 2, \dots, n, \quad (4.1)$$

onde y_t é o valor observado no instante t , \hat{y}_t é o valor previsto no instante t , n é o número total de observações e m é o conjunto de treino, com $m < n$.

Medidas dependentes da escala

As medidas dependentes da escala são úteis para comparar diferentes métodos aplicados ao mesmo conjunto de dados, mas não podem ser usadas para fazer comparações quando os conjuntos de dados têm diferentes escalas. Uma das medidas mais usadas pela sua facilidade de interpretação é o erro absoluto médio (MAE - *mean absolute error*):

$$\text{MAE} = \text{média}(|e_t|) = \frac{1}{n - m} \sum_{t=m+1}^n |e_t|. \quad (4.2)$$

Medidas baseadas em erros percentuais

Os erros percentuais têm a vantagem de serem adimensionais, ou seja, independentes da escala e, portanto, são usados com frequência para comparar o desempenho das previsões geradas com base em diferentes conjuntos de dados. O erro percentual é definido da seguinte forma:

$$p_t = \frac{e_t}{y_t} \times 100, \quad t = m + 1, m + 2, \dots, n. \quad (4.3)$$

Uma das medidas mais usadas é o erro percentual absoluto médio (MAPE - *mean absolute percentage error*) definido da forma:

$$\text{MAPE} = \text{média}(|p_t|) = \frac{1}{n - m} \sum_{t=m+1}^n \left| \frac{e_t}{y_t} \right| \times 100. \quad (4.4)$$

Esta medida tem a desvantagem de ser infinita ou indefinida se $y_t = 0$ para qualquer instante t no período em análise.

Medidas baseadas no erro escalado

O erro escalado consiste em dividir o mesmo por um valor com a mesma escala. Hyndman e Koehler (2006) propuseram escalar o erro com média aritmética do MAE do conjunto de treino.

Para séries não sazonais o erro escalado é definido por:

$$q_t = \frac{e_t}{\frac{1}{m-1} \sum_{i=2}^m |y_i - y_{i-1}|}, \quad t = m+1, m+2, \dots, n. \quad (4.5)$$

Para séries sazonais o erro escalado é definido por:

$$q_t = \frac{e_t}{\frac{1}{m-s} \sum_{i=s+1}^m |y_i - y_{i-s}|}, \quad t = m+1, m+2, \dots, n. \quad (4.6)$$

O erro escalado absoluto médio (MASE – *mean absolute scaled error*) é dado por:

$$\text{MASE} = \text{média}(|q_t|) \quad (4.7)$$

O MASE é inferior a 1 se a previsão é melhor do que a previsão média do método que gerou a previsão base para o conjunto de treino e é superior a 1 caso contrário.

Medidas baseadas em medidas relativas

Por último, podem calcular-se medidas baseadas em medidas relativas como é o caso do erro absoluto médio relativo (RelMAE – *Relative Mean Absolute Error*) sugerido por Davydenko e Fildes (2013), que é dado por:

$$\text{RelMAE} = \frac{\text{MAE}}{\text{MAE}^b} \quad (4.8)$$

onde $\text{MAE}^b = \text{média}(|e_t^b|)$, que corresponde ao MAE do *benchmark*.

4.4 Resultados

Nesta secção serão apresentados os resultados da aplicação dos métodos de previsão hierárquica descritos no Capítulo 3 ao conjunto de séries disponíveis e devidamente estruturadas, de acordo com o apresentado na Secção 4.1.

Foram usados 8 métodos: *bottom-up* (BU), *top-down* com proporções baseadas em previsões (tdfp), *top-down* com proporções dadas pela média das proporções dos dados históricos em relação ao total (tdgsa), *top-down* com proporções dadas pela média dos dados históricos em relação à média total (tdgsf), combinação ótima e estimador OLS (comb_ols), combinação ótima e estimador WLS (comb_wls), combinação ótima e número de séries (comb_nseries), combinação ótima e estimador *shrinkage* (comb_mint_shr).

As Tabelas 4.2. a 4.7. resumizam a análise feita dos diferentes métodos para diversos horizontes de previsão ($h=1, 2, 4, 5, 8, 9, 12$ e 13) e para a média entre $t + 1$ e $t + 4$, $t + 1$ e $t + 8$ e para $t + 1$ e $t + 12$, que corresponde sensivelmente ao período de 1 mês, 2 meses e 3 meses, respetivamente.

Dada a medida de erro escolhida, MAPE, MASE ou RelMAE e o modelo que gerou as previsões, ETS ou ARIMA, tem-se o ganho no desempenho, em valor percentual, de cada método de previsão hierárquico utilizado relativamente às previsões base das séries, calculadas de forma independente. Em anexo podem encontrar-se os valores das medidas de erro em valor absoluto.

Tabela 4.3: Ganho em relação às previsões base: MAPE obtido com ETS

MAPE	ETS										
	t+1	t+2	t+4	t+5	t+8	t+9	t+12	t+13	t+14	t+18	t+12
Nível superior: Loja											
BU	50.9%	44.3%	58.6%	52.2%	52.8%	35.8%	45.6%	48.9%	56.0%	62.0%	54.0%
tdfp	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
tdgsa	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
tdgsf	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
comb_ols	-0.3%	-0.2%	0.7%	0.5%	0.2%	-0.1%	0.3%	0.3%	0.1%	0.3%	0.3%
comb_wls	4.0%	0.7%	8.0%	4.0%	4.8%	0.9%	4.5%	5.3%	5.3%	6.5%	5.1%
comb_nseries	10.0%	4.9%	14.0%	9.8%	9.7%	3.4%	9.9%	9.8%	11.4%	13.5%	11.1%
comb_mint_shr	0.3%	-3.6%	5.6%	1.3%	-1.5%	-4.6%	0.5%	-0.8%	2.1%	2.9%	1.4%
base	5.732	5.9	5.616	5.958	6.191	6.656	6.369	5.667	5.574	5.49	5.815
Nível 1: Área											
BU	11.5%	11.4%	18.3%	12.0%	11.2%	9.1%	10.4%	15.0%	13.1%	14.0%	12.4%
tdfp	0.9%	-0.5%	-0.1%	0.2%	0.0%	0.4%	-0.2%	-0.1%	0.0%	0.0%	0.0%
tdgsa	1.1%	4.9%	4.9%	4.8%	3.6%	2.3%	-1.2%	2.3%	2.8%	4.1%	2.8%
tdgsf	0.4%	4.0%	3.8%	3.9%	2.6%	1.4%	-1.9%	1.5%	1.8%	3.2%	2.0%
comb_ols	6.2%	2.7%	1.6%	3.9%	1.0%	1.6%	-0.3%	-1.3%	3.2%	2.5%	1.9%
comb_wls	-3.1%	-1.7%	0.1%	-0.8%	-1.9%	-1.7%	-0.7%	0.3%	-1.5%	-1.0%	-0.9%
comb_nseries	-2.8%	-0.7%	1.6%	0.2%	-1.3%	-1.1%	-0.2%	1.1%	-0.6%	0.1%	0.0%
comb_mint_shr	-5.7%	-2.9%	-3.5%	-2.5%	-5.0%	-3.3%	-3.4%	-1.6%	-4.0%	-3.2%	-2.8%
base	9.266	9.429	9.359	10.51	11.143	11.207	11.622	11.154	9.359	9.86	10.354
Nível 2: Dimensão											
BU	5.3%	3.8%	7.5%	4.2%	5.7%	3.6%	6.7%	6.7%	5.8%	5.9%	5.7%
tdfp	1.8%	1.3%	0.4%	1.5%	1.3%	1.0%	1.0%	0.3%	1.0%	1.1%	1.0%
tdgsa	13.9%	12.5%	13.0%	11.8%	10.1%	8.8%	5.3%	5.9%	13.1%	12.2%	10.5%
tdgsf	15.0%	13.4%	13.8%	12.4%	10.8%	9.4%	5.9%	6.5%	14.0%	13.0%	11.2%
comb_ols	70.1%	68.4%	73.4%	67.4%	67.1%	67.2%	61.0%	56.2%	70.0%	69.6%	66.8%
comb_wls	0.2%	-0.7%	0.0%	-0.9%	-0.5%	-0.4%	0.1%	-0.4%	-0.2%	-0.4%	-0.4%
comb_nseries	1.7%	0.6%	1.9%	0.4%	1.1%	1.0%	1.3%	0.7%	1.4%	1.3%	1.2%
comb_mint_shr	-0.5%	0.1%	1.1%	1.2%	1.3%	2.1%	1.3%	1.1%	0.3%	1.2%	1.3%
base	13.594	13.821	13.778	14.76	14.975	15.418	15.919	16.041	13.683	14.14	14.633
Nível 3: Família											
BU	-2.9%	-3.1%	-2.7%	-2.7%	-2.4%	-2.9%	-2.6%	-3.0%	-3.0%	-2.8%	-2.9%
tdfp	4.4%	3.9%	3.3%	4.4%	3.7%	3.5%	3.2%	2.6%	3.7%	3.7%	3.6%
tdgsa	15.5%	14.6%	10.5%	9.5%	7.1%	5.9%	3.4%	2.8%	13.0%	10.5%	8.4%
tdgsf	16.1%	15.2%	11.0%	9.9%	7.5%	6.3%	3.8%	3.1%	13.6%	11.0%	8.8%
comb_ols	77.5%	81.1%	74.4%	79.9%	73.4%	80.2%	69.5%	64.2%	76.6%	77.5%	76.3%
comb_wls	1.8%	1.6%	1.4%	1.8%	1.3%	1.2%	0.8%	-0.1%	1.5%	1.4%	1.2%
comb_nseries	7.5%	7.7%	7.7%	7.4%	7.3%	7.4%	6.1%	5.0%	7.5%	7.3%	7.1%
comb_mint_shr	4.9%	5.8%	5.1%	6.0%	5.3%	5.1%	4.8%	3.8%	5.3%	5.5%	5.3%
base	21.008	21.758	22.875	23.504	24.47	25.22	25.31	25.238	22.006	22.908	23.76
Nível 4: Categoria											
BU	-3.0%	-2.9%	-2.5%	-2.4%	-1.8%	-1.7%	-2.1%	-2.2%	-2.8%	-2.5%	-2.4%
tdfp	7.2%	6.7%	6.8%	6.9%	6.3%	6.3%	6.4%	6.1%	6.8%	6.7%	6.6%
tdgsa	36.4%	33.2%	28.0%	25.3%	22.0%	20.8%	17.9%	18.4%	31.7%	27.5%	24.3%
tdgsf	37.0%	33.7%	28.3%	25.6%	22.2%	21.0%	18.1%	18.6%	32.2%	27.8%	24.6%
comb_ols	83.0%	78.7%	76.2%	80.1%	74.3%	75.7%	73.1%	71.3%	78.2%	77.3%	76.3%
comb_wls	7.2%	6.8%	6.9%	6.9%	6.4%	6.4%	6.0%	5.7%	6.8%	6.7%	6.5%
comb_nseries	14.2%	13.6%	13.5%	13.3%	13.0%	13.2%	12.9%	12.3%	13.6%	13.3%	13.2%
comb_mint_shr	12.9%	13.0%	13.5%	13.7%	13.5%	13.2%	12.1%	11.9%	13.1%	13.5%	13.2%
base	27.9	28.85	29.932	31.026	32.534	33.417	34.315	34.1	29.134	30.413	31.667
Nível 5: Subcategoria											
BU	-1.7%	-1.7%	-1.4%	-1.3%	-1.1%	-1.2%	-1.2%	-1.2%	-1.6%	-1.4%	-1.3%
tdfp	12.2%	11.4%	10.6%	11.6%	11.1%	10.6%	11.5%	11.3%	11.3%	11.3%	11.1%
tdgsa	46.5%	40.2%	46.3%	56.5%	45.6%	53.3%	41.1%	30.1%	42.7%	46.8%	43.6%
tdgsf	46.9%	40.6%	46.2%	56.3%	45.4%	53.0%	40.9%	29.9%	43.0%	46.8%	43.5%
comb_ols	89.0%	84.1%	73.3%	78.8%	76.9%	77.7%	75.9%	67.5%	81.4%	79.7%	77.1%
comb_wls	12.9%	11.8%	13.6%	12.9%	12.0%	13.3%	13.9%	12.1%	12.5%	12.4%	12.6%
comb_nseries	26.0%	24.2%	21.9%	22.6%	21.7%	22.1%	22.2%	20.3%	23.8%	23.0%	22.2%
comb_mint_shr	18.4%	17.5%	23.3%	25.3%	17.6%	21.4%	20.4%	18.3%	19.4%	20.8%	20.6%
base	31.758	33.022	38.795	36.374	39.112	38.263	41.476	44.964	34.356	36.088	38.187
Nível inferior: SKU											
BU	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
tdfp	19.0%	18.4%	17.4%	17.6%	16.8%	16.6%	16.7%	16.2%	18.2%	17.6%	17.2%
tdgsa	61.4%	56.5%	54.7%	57.8%	49.0%	51.3%	44.1%	38.4%	56.4%	54.6%	50.5%
tdgsf	61.9%	56.9%	54.8%	57.8%	49.0%	51.2%	44.0%	38.3%	56.7%	54.7%	50.5%
comb_ols	75.7%	72.2%	66.2%	67.2%	64.7%	64.8%	63.5%	58.8%	70.7%	68.2%	66.1%
comb_wls	23.5%	22.4%	22.1%	21.6%	20.5%	21.0%	20.6%	19.3%	22.5%	21.7%	21.2%
comb_nseries	40.0%	38.7%	35.6%	35.6%	33.5%	33.9%	32.7%	30.9%	37.8%	36.1%	34.8%
comb_mint_shr	28.9%	28.2%	29.4%	29.5%	25.6%	27.3%	26.0%	24.7%	28.6%	28.3%	27.6%
base	35.55	36.88	40.634	40.116	42.509	42.702	44.799	46.743	37.736	39.539	41.391

Tabela 4.4: Ganho em relação às previsões base: MAPE obtido com ARIMA

ARIMA											
MAPE	t+1	t+2	t+4	t+5	t+8	t+9	t+12	t+13	t+14	t+18	t+12
Nível superior: Loja											
BU	54.1%	64.1%	80.5%	83.2%	79.0%	58.2%	31.2%	4.5%	71.5%	73.7%	61.7%
tdfp	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
tdgsa	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
tdgsf	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
comb_ols	-2.1%	-0.9%	-1.2%	-1.8%	-3.5%	-4.7%	-3.9%	-2.2%	-1.3%	-2.2%	-3.0%
comb_wls	-15.3%	-11.1%	-6.1%	-4.1%	-13.4%	-17.7%	-18.1%	-17.5%	-8.2%	-9.0%	-12.2%
comb_nseries	-18.1%	-11.3%	-6.6%	-5.0%	-10.9%	-15.8%	-23.7%	-27.5%	-9.6%	-9.3%	-13.2%
comb_mint_shr	-22.5%	-13.3%	0.0%	5.6%	-2.1%	-6.4%	-16.8%	-22.5%	-8.4%	-4.4%	-6.6%
base	4.706	4.494	4.15	4.17	4.372	4.831	5.961	6.644	4.332	4.31	4.662
Nível 1: Área											
BU	2.8%	7.6%	12.1%	12.9%	15.9%	14.3%	10.7%	6.5%	8.0%	10.6%	10.9%
tdfp	-1.6%	-1.5%	-0.3%	0.1%	0.7%	1.7%	0.7%	-2.1%	-1.3%	-0.5%	0.0%
tdgsa	-1.3%	2.3%	3.0%	3.8%	5.5%	4.7%	2.7%	0.6%	1.4%	2.7%	2.8%
tdgsf	-2.2%	1.3%	1.9%	2.7%	4.3%	3.6%	1.8%	-0.3%	0.4%	1.6%	1.7%
comb_ols	13.1%	18.9%	23.3%	27.7%	21.8%	19.9%	14.6%	11.5%	17.9%	21.5%	19.8%
comb_wls	-14.1%	-12.8%	-11.4%	-9.5%	-8.0%	-7.2%	-7.9%	-9.6%	-12.7%	-11.0%	-9.8%
comb_nseries	-17.3%	-14.2%	-12.5%	-9.8%	-8.2%	-7.5%	-9.4%	-13.0%	-14.3%	-12.1%	-10.8%
comb_mint_shr	-16.4%	-15.9%	-11.6%	-10.1%	-7.3%	-6.4%	-8.4%	-13.7%	-14.4%	-12.3%	-10.5%
base	9.286	9.173	9.326	9.782	10.2	10.455	11.141	11.606	9.237	9.602	10.022
Nível 2: Dimensão											
BU	-2.3%	0.8%	4.4%	4.7%	5.7%	3.4%	5.1%	4.7%	0.9%	2.6%	3.2%
tdfp	3.3%	3.9%	4.6%	3.3%	2.8%	2.4%	2.1%	1.2%	3.8%	3.6%	3.0%
tdgsa	10.9%	12.5%	17.0%	15.6%	15.7%	12.9%	9.9%	12.0%	13.4%	14.3%	13.3%
tdgsf	11.8%	13.2%	17.7%	16.3%	16.4%	13.4%	10.4%	12.5%	14.2%	15.0%	13.9%
comb_ols	155.6%	169.0%	197.3%	201.8%	188.6%	191.8%	173.8%	167.9%	169.6%	182.2%	181.3%
comb_wls	-7.1%	-5.1%	-3.8%	-4.4%	-4.7%	-4.2%	-2.9%	-3.9%	-5.3%	-5.1%	-4.6%
comb_nseries	-6.9%	-4.4%	-2.2%	-2.9%	-2.8%	-2.3%	-0.9%	-2.0%	-4.7%	-4.1%	-3.3%
comb_mint_shr	-9.6%	-8.9%	-5.9%	-5.1%	-5.0%	-4.3%	-4.7%	-4.8%	-8.3%	-6.9%	-5.9%
base	13.836	13.542	13.341	13.886	14.079	14.67	15.493	15.663	13.55	13.776	14.221
Nível 3: Família											
BU	-6.1%	-5.9%	-3.6%	-2.7%	-3.1%	-3.8%	-3.9%	-4.4%	-5.3%	-4.4%	-4.2%
tdfp	5.6%	4.2%	5.0%	5.7%	6.8%	5.8%	5.1%	6.3%	4.8%	5.4%	5.4%
tdgsa	16.3%	18.6%	19.5%	19.3%	19.1%	18.1%	16.2%	16.8%	18.4%	18.6%	18.2%
tdgsf	16.8%	19.1%	20.0%	19.8%	19.5%	18.5%	16.4%	17.1%	18.9%	19.1%	18.6%
comb_ols	176.3%	179.2%	202.4%	215.5%	192.8%	192.5%	182.9%	177.7%	184.4%	195.9%	191.8%
comb_wls	-0.7%	-0.7%	0.1%	0.9%	1.2%	0.9%	0.4%	0.9%	-0.5%	0.2%	0.3%
comb_nseries	6.6%	7.3%	9.1%	10.8%	11.3%	11.2%	10.1%	11.3%	7.7%	9.2%	9.5%
comb_mint_shr	0.2%	-1.2%	-1.4%	-0.5%	0.0%	-1.3%	-1.4%	-0.6%	-0.9%	-0.7%	-0.9%
base	21.252	21.414	21.697	22.069	22.863	23.436	23.542	23.513	21.496	21.981	22.526
Nível 4: Categoria											
BU	-4.5%	-4.4%	-3.4%	-2.8%	-2.2%	-2.3%	-2.7%	-2.9%	-4.1%	-3.3%	-3.0%
tdfp	9.8%	8.7%	9.0%	9.5%	10.7%	10.0%	9.4%	9.7%	9.2%	9.7%	9.7%
tdgsa	38.3%	39.7%	38.4%	37.4%	39.1%	39.3%	36.5%	36.9%	38.7%	38.6%	38.4%
tdgsf	38.8%	40.2%	38.7%	37.6%	39.3%	39.5%	36.7%	37.1%	39.2%	38.9%	38.7%
comb_ols	165.4%	163.2%	177.4%	187.6%	188.2%	183.9%	182.7%	176.0%	167.8%	177.5%	179.3%
comb_wls	9.0%	8.5%	9.0%	9.7%	10.8%	10.4%	9.8%	10.4%	8.8%	9.6%	9.7%
comb_nseries	18.6%	19.3%	20.6%	22.0%	23.4%	24.0%	22.8%	23.7%	19.8%	21.2%	21.9%
comb_mint_shr	10.1%	8.9%	8.7%	8.9%	9.4%	9.1%	8.4%	9.0%	9.2%	9.3%	9.3%
base	28.301	28.462	28.807	29.486	30.028	30.567	31.18	31.367	28.683	29.186	29.777
Nível 5: Subcategoria											
BU	-2.1%	-1.8%	-1.4%	-1.3%	-1.3%	-1.4%	-1.5%	-1.5%	-1.7%	-1.5%	-1.5%
tdfp	15.9%	15.3%	17.3%	16.5%	18.0%	17.8%	19.3%	19.3%	16.1%	16.7%	17.5%
tdgsa	49.9%	47.4%	58.7%	61.9%	59.7%	60.9%	56.2%	55.3%	51.1%	56.5%	57.1%
tdgsf	50.4%	47.8%	58.5%	61.7%	59.4%	60.6%	56.0%	55.1%	51.4%	56.6%	57.0%
comb_ols	165.2%	159.6%	157.3%	167.5%	161.1%	159.8%	162.5%	156.1%	162.6%	162.2%	161.7%
comb_wls	17.4%	16.8%	23.4%	22.5%	21.9%	23.0%	25.6%	23.9%	18.8%	20.6%	22.2%
comb_nseries	37.3%	36.8%	36.2%	37.9%	37.3%	38.2%	38.6%	39.0%	37.2%	37.2%	37.7%
comb_mint_shr	16.5%	15.0%	20.6%	21.9%	21.4%	19.7%	21.9%	19.8%	16.9%	20.0%	20.2%
base	31.848	32.446	36.88	36.346	37.737	38.029	39.014	39.629	33.513	35.209	36.392
Nível inferior: SKU											
BU	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
tdfp	22.9%	21.9%	21.6%	21.0%	22.5%	22.5%	23.3%	23.5%	21.9%	21.8%	22.2%
tdgsa	64.7%	62.9%	65.1%	66.0%	63.5%	64.4%	60.9%	60.5%	63.6%	64.3%	63.6%
tdgsf	65.2%	63.2%	65.2%	66.0%	63.4%	64.3%	60.9%	60.5%	63.9%	64.5%	63.7%
comb_ols	123.9%	120.1%	119.4%	123.0%	120.3%	120.8%	120.6%	119.3%	121.3%	120.8%	120.6%
comb_wls	28.9%	28.0%	29.2%	28.9%	29.1%	30.3%	31.1%	30.8%	28.3%	28.5%	29.4%
comb_nseries	51.6%	51.0%	48.3%	49.4%	48.7%	50.3%	49.4%	50.6%	50.4%	49.5%	49.6%
comb_mint_shr	28.1%	26.6%	27.1%	27.6%	28.1%	28.1%	29.0%	29.0%	27.0%	27.6%	27.9%
base	35.759	36.604	39.505	39.719	40.941	41.326	41.985	42.527	37.3	38.766	39.788

Tabela 4.5: Ganho em relação às previsões base: MASE obtido com ETS

MASE	ETS										
	t+1	t+2	t+4	t+5	t+8	t+9	t+12	t+13	t-4	t-8	t-12
Nível superior: Loja											
BU	55.8%	47.4%	62.4%	54.7%	56.9%	39.1%	51.0%	53.1%	59.7%	65.6%	58.0%
tdfp	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
tdgsa	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
tdgsf	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
comb_ols	-0.1%	-0.1%	0.9%	0.5%	0.3%	0.0%	0.4%	0.3%	0.1%	0.4%	0.3%
comb_wls	5.4%	1.5%	9.2%	4.7%	5.8%	1.7%	5.7%	6.3%	6.3%	7.4%	6.1%
comb_nseries	12.2%	6.2%	15.7%	11.1%	11.5%	4.8%	11.9%	11.5%	13.1%	15.0%	12.8%
comb_mint_shr	1.7%	-2.8%	6.8%	2.2%	-0.8%	-3.9%	1.3%	-0.3%	3.1%	3.7%	2.3%
base	<i>0.69</i>	<i>0.721</i>	<i>0.688</i>	<i>0.738</i>	<i>0.758</i>	<i>0.819</i>	<i>0.771</i>	<i>0.695</i>	<i>0.68</i>	<i>0.672</i>	<i>0.71</i>
Nível 1: Área											
BU	16.4%	16.9%	23.1%	17.3%	15.5%	13.9%	14.6%	18.8%	18.3%	19.2%	17.4%
tdfp	0.6%	-0.7%	-0.5%	-0.1%	-0.2%	0.0%	-0.4%	-0.5%	-0.2%	-0.3%	-0.2%
tdgsa	0.8%	5.3%	3.1%	4.0%	3.1%	2.5%	-1.3%	1.8%	2.3%	3.6%	2.6%
tdgsf	0.2%	4.6%	2.3%	3.2%	2.3%	1.9%	-1.8%	1.2%	1.5%	2.9%	1.8%
comb_ols	4.7%	1.5%	0.1%	2.1%	-0.2%	-0.1%	-1.7%	-2.6%	1.9%	1.0%	0.3%
comb_wls	-2.2%	-0.5%	0.8%	0.4%	-0.8%	-0.5%	0.1%	1.0%	-0.6%	0.1%	0.1%
comb_nseries	-1.4%	1.2%	2.9%	1.9%	0.2%	0.7%	1.0%	2.2%	0.9%	1.7%	1.5%
comb_mint_shr	-5.5%	-2.3%	-2.9%	-1.4%	-4.3%	-2.6%	-2.9%	-1.3%	-3.6%	-2.5%	-2.1%
base	<i>0.85</i>	<i>0.862</i>	<i>0.875</i>	<i>0.987</i>	<i>1.069</i>	<i>1.076</i>	<i>1.12</i>	<i>1.077</i>	<i>0.864</i>	<i>0.921</i>	<i>0.977</i>
Nível 2: Dimensão											
BU	13.5%	12.8%	16.3%	12.6%	13.1%	11.3%	14.2%	15.9%	14.5%	14.3%	13.8%
tdfp	1.3%	0.5%	-0.2%	0.9%	0.7%	0.0%	0.3%	-0.6%	0.4%	0.4%	0.2%
tdgsa	12.3%	11.5%	9.8%	9.4%	7.5%	6.1%	5.5%	5.8%	11.2%	9.9%	8.3%
tdgsf	13.0%	12.1%	10.4%	9.8%	7.9%	6.5%	5.9%	6.3%	11.7%	10.3%	8.7%
comb_ols	33.1%	32.6%	31.3%	29.9%	29.3%	30.1%	26.7%	24.2%	32.0%	31.0%	29.6%
comb_wls	0.1%	-0.1%	0.1%	-0.3%	0.2%	0.0%	0.8%	0.6%	0.0%	0.0%	0.1%
comb_nseries	1.6%	1.0%	1.7%	1.0%	1.5%	1.2%	1.9%	1.5%	1.5%	1.5%	1.6%
comb_mint_shr	-2.4%	-1.2%	-0.9%	-0.4%	-0.4%	0.0%	0.1%	0.2%	-1.4%	-0.5%	-0.2%
base	<i>0.791</i>	<i>0.807</i>	<i>0.823</i>	<i>0.895</i>	<i>0.944</i>	<i>0.964</i>	<i>0.998</i>	<i>0.989</i>	<i>0.806</i>	<i>0.851</i>	<i>0.893</i>
Nível 3: Família											
BU	2.3%	1.7%	1.2%	1.2%	2.0%	1.6%	1.6%	1.7%	1.5%	1.6%	1.5%
tdfp	2.3%	1.5%	0.9%	2.0%	1.1%	0.8%	0.4%	-0.1%	1.5%	1.3%	1.0%
tdgsa	9.6%	6.9%	2.2%	1.7%	0.9%	-0.4%	-1.6%	-1.8%	5.4%	3.4%	1.7%
tdgsf	10.1%	7.2%	2.4%	2.0%	1.2%	-0.2%	-1.4%	-1.7%	5.8%	3.6%	2.0%
comb_ols	33.1%	30.5%	29.4%	30.1%	28.3%	27.3%	25.3%	22.8%	30.7%	29.8%	28.3%
comb_wls	-0.4%	-0.8%	-1.3%	-0.6%	-0.7%	-1.0%	-1.2%	-1.7%	-0.8%	-0.9%	-1.0%
comb_nseries	1.9%	1.4%	1.2%	1.2%	1.5%	1.2%	0.7%	0.0%	1.4%	1.3%	1.1%
comb_mint_shr	-0.7%	-0.2%	-1.4%	-0.4%	-0.6%	-0.6%	-1.0%	-1.4%	-0.8%	-0.7%	-0.7%
base	<i>0.832</i>	<i>0.874</i>	<i>0.924</i>	<i>0.962</i>	<i>0.988</i>	<i>1.015</i>	<i>1.062</i>	<i>1.064</i>	<i>0.882</i>	<i>0.923</i>	<i>0.961</i>
Nível 4: Categoria											
BU	-0.1%	0.0%	0.1%	0.2%	0.5%	0.8%	0.4%	0.3%	0.0%	0.2%	0.2%
tdfp	3.5%	3.0%	3.5%	3.3%	2.5%	2.8%	2.6%	2.3%	3.4%	3.0%	2.9%
tdgsa	17.3%	13.8%	9.8%	8.2%	5.5%	5.2%	2.9%	3.0%	13.0%	9.8%	7.5%
tdgsf	17.7%	14.2%	10.1%	8.4%	5.7%	5.4%	3.1%	3.2%	13.4%	10.0%	7.7%
comb_ols	40.9%	37.7%	37.0%	34.8%	33.8%	33.3%	32.3%	30.8%	38.2%	36.1%	34.8%
comb_wls	0.7%	0.7%	0.8%	0.4%	0.1%	0.5%	0.3%	0.0%	0.7%	0.4%	0.4%
comb_nseries	5.4%	4.9%	4.7%	3.9%	3.8%	4.1%	3.5%	3.1%	5.0%	4.3%	4.1%
comb_mint_shr	1.0%	1.4%	1.3%	1.5%	1.4%	1.6%	1.2%	1.0%	1.3%	1.3%	1.4%
base	<i>0.817</i>	<i>0.853</i>	<i>0.897</i>	<i>0.93</i>	<i>0.962</i>	<i>0.977</i>	<i>1.02</i>	<i>1.023</i>	<i>0.861</i>	<i>0.901</i>	<i>0.934</i>
Nível 5: Subcategoria											
BU	-0.4%	-0.6%	-0.3%	-0.2%	-0.1%	-0.2%	-0.4%	-0.4%	-0.4%	-0.3%	-0.3%
tdfp	4.9%	4.2%	4.8%	4.8%	3.9%	3.8%	4.2%	3.6%	4.7%	4.4%	4.3%
tdgsa	17.2%	13.3%	9.8%	8.2%	5.2%	4.6%	3.4%	2.9%	12.8%	9.5%	7.6%
tdgsf	17.7%	13.6%	10.2%	8.5%	5.5%	4.8%	3.7%	3.2%	13.3%	9.9%	7.8%
comb_ols	43.2%	40.9%	39.7%	37.9%	35.6%	34.8%	33.9%	32.8%	40.9%	38.6%	37.2%
comb_wls	1.8%	1.6%	1.6%	1.6%	1.2%	1.3%	1.3%	1.0%	1.7%	1.5%	1.4%
comb_nseries	9.1%	8.4%	8.2%	7.5%	6.7%	6.6%	6.5%	6.2%	8.6%	7.8%	7.3%
comb_mint_shr	2.3%	2.5%	2.8%	2.9%	2.9%	2.8%	2.8%	2.3%	2.6%	2.8%	2.9%
base	<i>0.798</i>	<i>0.829</i>	<i>0.863</i>	<i>0.891</i>	<i>0.93</i>	<i>0.945</i>	<i>0.976</i>	<i>0.984</i>	<i>0.834</i>	<i>0.871</i>	<i>0.9</i>
Nível inferior: SKU											
BU	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
tdfp	6.7%	6.5%	6.4%	6.3%	5.6%	5.6%	5.9%	5.4%	6.4%	6.3%	6.1%
tdgsa	20.2%	16.8%	13.3%	11.8%	8.8%	8.1%	6.9%	6.4%	16.2%	13.1%	11.0%
tdgsf	20.7%	17.3%	13.8%	12.2%	9.0%	8.3%	7.1%	6.6%	16.7%	13.6%	11.4%
comb_ols	33.4%	32.0%	31.0%	29.7%	28.3%	27.6%	27.1%	26.3%	31.9%	30.5%	29.3%
comb_wls	3.3%	3.4%	3.2%	3.1%	2.8%	2.9%	2.9%	2.6%	3.3%	3.2%	3.1%
comb_nseries	13.2%	12.9%	12.1%	11.5%	10.5%	10.5%	10.2%	10.0%	12.6%	11.8%	11.4%
comb_mint_shr	4.3%	4.5%	4.6%	4.5%	4.4%	4.4%	4.4%	4.1%	4.5%	4.6%	4.5%
base	<i>0.748</i>	<i>0.774</i>	<i>0.807</i>	<i>0.828</i>	<i>0.863</i>	<i>0.877</i>	<i>0.901</i>	<i>0.91</i>	<i>0.78</i>	<i>0.811</i>	<i>0.837</i>

Tabela 4.6: Ganho em relação às previsões base: MASE obtido com ARIMA

ARIMA											
MASE	t+1	t+2	t+4	t+5	t+8	t+9	t+12	t+13	t1-4	t1-8	t1-12
Nível superior: Loja											
BU	55.1%	66.2%	82.9%	87.5%	81.4%	61.6%	34.5%	8.3%	73.5%	76.2%	64.6%
tdfp	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
tdgsa	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
tdgsf	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
comb_ols	-2.1%	-0.7%	-1.2%	-1.6%	-3.3%	-4.7%	-3.8%	-2.1%	-1.3%	-2.1%	-2.8%
comb_wls	-15.1%	-10.8%	-5.8%	-3.1%	-12.9%	-17.3%	-18.1%	-17.3%	-8.0%	-8.6%	-11.8%
comb_nseries	-18.0%	-10.6%	-5.8%	-3.5%	-10.3%	-14.9%	-23.3%	-27.0%	-9.1%	-8.4%	-12.5%
comb_mint_shr	-22.1%	-12.8%	0.4%	7.2%	-1.7%	-5.9%	-17.0%	-22.6%	-7.8%	-3.8%	-6.1%
base	0.583	0.554	0.515	0.514	0.543	0.596	0.73	0.811	0.536	0.533	0.574
Nível 1: Área											
BU	9.4%	13.7%	17.9%	18.4%	22.9%	21.8%	17.6%	12.1%	14.3%	16.8%	17.5%
tdfp	-1.1%	-1.2%	-0.3%	-0.1%	0.4%	1.6%	0.3%	-2.7%	-1.2%	-0.6%	-0.1%
tdgsa	-1.9%	-0.6%	-1.5%	-1.1%	1.5%	0.9%	0.1%	-2.6%	-1.5%	-1.0%	-0.8%
tdgsf	-2.6%	-1.4%	-2.4%	-1.9%	0.5%	0.0%	-0.6%	-3.4%	-2.4%	-1.9%	-1.5%
comb_ols	12.7%	17.2%	21.3%	23.8%	17.7%	15.2%	11.2%	8.4%	16.3%	18.6%	16.6%
comb_wls	-13.0%	-11.8%	-10.6%	-8.6%	-6.6%	-5.7%	-6.6%	-8.8%	-11.7%	-9.9%	-8.5%
comb_nseries	-15.6%	-12.9%	-11.3%	-8.6%	-6.2%	-5.2%	-7.3%	-11.7%	-13.0%	-10.6%	-8.9%
comb_mint_shr	-15.0%	-13.9%	-9.9%	-9.0%	-5.2%	-3.9%	-6.3%	-12.7%	-12.6%	-10.6%	-8.6%
base	0.833	0.832	0.858	0.915	0.959	0.979	1.043	1.095	0.84	0.886	0.929
Nível 2: Dimensão											
BU	4.9%	8.4%	13.2%	12.3%	14.8%	14.1%	14.1%	13.6%	9.1%	10.9%	12.0%
tdfp	3.8%	4.1%	4.5%	2.6%	2.2%	2.0%	1.3%	-0.2%	3.9%	3.3%	2.6%
tdgsa	4.7%	5.2%	8.7%	6.4%	7.2%	6.2%	5.9%	6.1%	6.1%	6.3%	6.2%
tdgsf	5.3%	5.7%	9.2%	7.0%	7.6%	6.6%	6.2%	6.6%	6.7%	6.8%	6.5%
comb_ols	78.5%	80.9%	99.5%	97.3%	91.1%	96.1%	85.2%	79.3%	84.5%	89.9%	90.0%
comb_wls	-8.4%	-6.8%	-5.0%	-5.8%	-5.4%	-4.5%	-3.6%	-4.7%	-6.6%	-6.2%	-5.3%
comb_nseries	-8.9%	-6.6%	-3.8%	-4.7%	-3.6%	-2.3%	-1.5%	-2.9%	-6.4%	-5.4%	-4.3%
comb_mint_shr	-11.5%	-10.4%	-6.5%	-7.0%	-6.0%	-4.8%	-4.8%	-6.1%	-9.4%	-8.2%	-6.9%
base	0.811	0.8	0.794	0.843	0.877	0.894	0.95	0.961	0.801	0.829	0.861
Nível 3: Família											
BU	-2.6%	-1.4%	1.1%	2.2%	1.8%	1.4%	0.9%	0.2%	-0.8%	0.2%	0.4%
tdfp	5.0%	4.5%	4.8%	4.9%	5.6%	4.3%	4.6%	4.8%	4.6%	4.7%	4.6%
tdgsa	8.6%	9.6%	9.7%	8.6%	8.5%	7.7%	6.1%	6.4%	9.3%	8.7%	8.2%
tdgsf	8.9%	9.9%	10.0%	9.0%	8.6%	7.8%	6.2%	6.5%	9.7%	9.1%	8.5%
comb_ols	82.5%	82.8%	94.4%	97.0%	92.3%	94.2%	84.9%	81.4%	85.1%	89.7%	89.2%
comb_wls	-4.2%	-4.0%	-3.3%	-3.0%	-2.7%	-2.9%	-2.6%	-2.4%	-3.8%	-3.4%	-3.2%
comb_nseries	-1.3%	-0.7%	0.5%	0.9%	1.9%	1.8%	1.4%	1.7%	-0.5%	0.3%	0.8%
comb_mint_shr	-5.0%	-5.7%	-5.3%	-4.7%	-4.8%	-5.5%	-4.9%	-5.0%	-5.3%	-5.2%	-5.1%
base	0.838	0.847	0.856	0.88	0.911	0.927	0.985	0.996	0.848	0.872	0.899
Nível 4: Categoria											
BU	-1.6%	-0.8%	0.4%	1.3%	1.6%	1.5%	1.4%	0.9%	-0.6%	0.4%	0.7%
tdfp	8.7%	7.9%	7.5%	7.6%	8.5%	7.9%	7.5%	7.8%	7.8%	8.0%	7.8%
tdgsa	17.5%	17.7%	16.5%	15.4%	16.1%	16.0%	14.3%	14.4%	17.0%	16.5%	16.0%
tdgsf	18.0%	18.0%	16.9%	15.7%	16.2%	16.2%	14.4%	14.5%	17.4%	16.8%	16.2%
comb_ols	96.6%	95.8%	102.7%	105.2%	103.1%	102.1%	100.0%	95.4%	98.0%	100.7%	100.6%
comb_wls	0.2%	-0.1%	0.1%	0.5%	0.9%	0.8%	0.4%	1.0%	0.0%	0.5%	0.5%
comb_nseries	8.9%	9.7%	10.3%	10.4%	10.5%	10.5%	9.9%	10.1%	9.8%	10.1%	10.0%
comb_mint_shr	-1.6%	-2.3%	-2.4%	-2.0%	-1.3%	-1.1%	-1.2%	-1.3%	-2.2%	-1.8%	-1.5%
base	0.816	0.827	0.848	0.868	0.878	0.888	0.922	0.935	0.834	0.852	0.869
Nível 5: Subcategoria											
BU	-0.8%	-0.2%	0.0%	0.2%	0.1%	0.0%	-0.1%	-0.2%	-0.2%	0.0%	-0.1%
tdfp	11.0%	9.9%	9.7%	9.6%	9.7%	9.1%	9.3%	9.5%	10.1%	10.0%	9.6%
tdgsa	18.7%	17.3%	15.9%	14.7%	13.8%	13.7%	12.4%	12.4%	17.2%	15.7%	14.8%
tdgsf	19.2%	17.8%	16.2%	14.9%	14.0%	13.9%	12.6%	12.6%	17.7%	16.1%	15.0%
comb_ols	96.3%	94.7%	98.7%	99.8%	96.7%	95.3%	92.7%	91.1%	96.9%	97.0%	95.7%
comb_wls	3.0%	2.7%	2.4%	2.5%	2.4%	2.4%	2.5%	2.7%	2.8%	2.6%	2.5%
comb_nseries	18.0%	18.1%	18.2%	18.0%	16.8%	16.8%	16.4%	16.7%	18.4%	17.8%	17.3%
comb_mint_shr	1.1%	0.1%	-0.2%	-0.5%	0.0%	-0.1%	0.2%	0.4%	0.2%	0.1%	0.1%
base	0.79	0.805	0.826	0.846	0.869	0.879	0.906	0.918	0.809	0.832	0.852
Nível inferior: SKU											
BU	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
tdfp	12.3%	10.8%	9.9%	9.5%	10.1%	9.9%	9.9%	10.3%	10.8%	10.3%	10.2%
tdgsa	21.0%	19.2%	17.5%	16.1%	15.0%	15.0%	13.7%	13.9%	18.9%	17.3%	16.3%
tdgsf	21.5%	19.6%	17.8%	16.6%	15.4%	15.3%	13.9%	14.1%	19.3%	17.6%	16.6%
comb_ols	70.8%	68.9%	69.6%	70.3%	69.1%	68.8%	66.9%	66.7%	69.6%	69.4%	68.7%
comb_wls	5.1%	4.6%	3.8%	3.7%	4.0%	4.2%	4.2%	4.6%	4.4%	4.2%	4.2%
comb_nseries	23.1%	22.6%	21.3%	21.2%	20.5%	20.9%	20.3%	20.9%	22.3%	21.4%	21.1%
comb_mint_shr	4.3%	3.4%	2.5%	2.1%	2.5%	2.6%	3.0%	3.4%	3.2%	2.8%	2.8%
base	0.749	0.766	0.79	0.807	0.831	0.839	0.861	0.87	0.771	0.794	0.812

Tabela 4.7: Ganho em relação às previsões base: RelMAE obtido com ETS

RelMAE	ETS										
	t+1	t+2	t+4	t+5	t+8	t+9	t+12	t+13	t1-4	t1-8	t1-12
Nível superior: Loja											
BU	1.452	1.147	1.589	1.232	1.404	1.179	1.288	1.364	1.399	1.419	1.372
tdfp	0.935	0.779	0.98	0.796	0.896	0.849	0.853	0.89	0.874	0.851	0.861
tdgsa	0.935	0.779	0.98	0.796	0.896	0.849	0.853	0.89	0.874	0.851	0.861
tdgsf	0.935	0.779	0.98	0.796	0.896	0.849	0.853	0.89	0.874	0.851	0.861
comb_ols	0.933	0.778	0.988	0.8	0.899	0.849	0.856	0.893	0.876	0.855	0.864
comb_wls	0.983	0.79	1.069	0.833	0.947	0.863	0.902	0.946	0.931	0.919	0.917
comb_nseries	1.046	0.827	1.133	0.884	0.998	0.889	0.955	0.992	0.991	0.985	0.976
comb_mint_shr	0.951	0.758	1.047	0.814	0.889	0.815	0.865	0.888	0.905	0.888	0.885
base	0.935	0.779	0.98	0.796	0.896	0.849	0.853	0.89	0.874	0.851	0.861
Nível 1: Área											
BU	0.966	0.891	1.042	0.954	0.975	1.047	0.958	1.064	0.956	0.988	0.989
tdfp	0.837	0.764	0.854	0.825	0.862	0.941	0.847	0.908	0.814	0.838	0.851
tdgsa	0.834	0.808	0.882	0.851	0.887	0.96	0.846	0.939	0.831	0.868	0.874
tdgsf	0.829	0.801	0.874	0.845	0.881	0.952	0.84	0.933	0.824	0.861	0.868
comb_ols	0.871	0.779	0.859	0.84	0.86	0.939	0.838	0.893	0.831	0.848	0.857
comb_wls	0.814	0.764	0.866	0.828	0.851	0.93	0.849	0.917	0.811	0.84	0.853
comb_nseries	0.822	0.777	0.883	0.84	0.859	0.939	0.856	0.929	0.824	0.854	0.865
comb_mint_shr	0.786	0.747	0.832	0.811	0.822	0.912	0.824	0.9	0.786	0.817	0.833
base	0.833	0.769	0.857	0.826	0.863	0.939	0.85	0.91	0.816	0.841	0.853
Nível 2: Dimensão											
BU	0.895	0.856	0.95	0.9	0.917	0.895	0.901	0.958	0.906	0.909	0.907
tdfp	0.806	0.775	0.832	0.821	0.836	0.826	0.808	0.84	0.806	0.812	0.814
tdgsa	0.891	0.853	0.903	0.88	0.885	0.871	0.85	0.897	0.884	0.882	0.874
tdgsf	0.895	0.856	0.906	0.883	0.888	0.873	0.852	0.899	0.887	0.884	0.876
comb_ols	0.978	0.937	1.011	0.994	1.025	1.019	0.978	0.994	0.976	0.986	0.987
comb_wls	0.801	0.77	0.836	0.811	0.831	0.824	0.81	0.849	0.804	0.81	0.813
comb_nseries	0.813	0.78	0.85	0.823	0.844	0.835	0.82	0.858	0.817	0.824	0.826
comb_mint_shr	0.783	0.763	0.832	0.815	0.831	0.828	0.808	0.849	0.796	0.809	0.814
base	0.797	0.77	0.835	0.814	0.829	0.823	0.803	0.843	0.803	0.809	0.811
Nível 3: Família											
BU	0.81	0.787	0.829	0.812	0.819	0.821	0.812	0.843	0.807	0.81	0.812
tdfp	0.813	0.784	0.824	0.814	0.815	0.822	0.808	0.834	0.806	0.807	0.81
tdgsa	0.881	0.84	0.854	0.83	0.823	0.819	0.797	0.825	0.854	0.839	0.829
tdgsf	0.884	0.843	0.857	0.832	0.825	0.821	0.798	0.826	0.857	0.841	0.831
comb_ols	1.019	0.979	1.041	1.028	1.018	1.026	1.001	1.016	1.011	1.013	1.012
comb_wls	0.791	0.768	0.81	0.797	0.8	0.807	0.796	0.821	0.789	0.791	0.795
comb_nseries	0.813	0.788	0.836	0.816	0.822	0.826	0.814	0.838	0.811	0.813	0.815
comb_mint_shr	0.787	0.773	0.812	0.803	0.805	0.813	0.802	0.828	0.79	0.796	0.8
base	0.792	0.771	0.816	0.798	0.804	0.813	0.803	0.833	0.793	0.796	0.8
Nível 4: Categoria											
BU	0.78	0.78	0.797	0.784	0.791	0.802	0.789	0.805	0.784	0.787	0.789
tdfp	0.812	0.806	0.826	0.809	0.812	0.825	0.814	0.829	0.813	0.812	0.815
tdgsa	0.934	0.909	0.904	0.87	0.858	0.868	0.836	0.851	0.91	0.888	0.874
tdgsf	0.939	0.913	0.907	0.873	0.86	0.869	0.837	0.853	0.913	0.891	0.877
comb_ols	1.05	1.034	1.061	1.032	1.034	1.047	1.029	1.037	1.045	1.039	1.038
comb_wls	0.789	0.788	0.806	0.789	0.793	0.806	0.796	0.81	0.793	0.793	0.795
comb_nseries	0.83	0.826	0.845	0.821	0.829	0.841	0.829	0.841	0.831	0.829	0.831
comb_mint_shr	0.789	0.794	0.811	0.8	0.805	0.819	0.807	0.822	0.797	0.801	0.805
base	0.781	0.78	0.797	0.782	0.787	0.797	0.788	0.805	0.784	0.785	0.788
Nível 5: Subcategoria											
BU	0.787	0.778	0.791	0.778	0.782	0.799	0.784	0.795	0.784	0.783	0.785
tdfp	0.834	0.82	0.834	0.82	0.816	0.835	0.825	0.833	0.828	0.825	0.826
tdgsa	0.958	0.915	0.9	0.871	0.85	0.864	0.839	0.846	0.918	0.891	0.876
tdgsf	0.962	0.919	0.903	0.874	0.853	0.867	0.841	0.848	0.922	0.894	0.879
comb_ols	1.07	1.048	1.061	1.034	1.024	1.043	1.024	1.031	1.057	1.045	1.039
comb_wls	0.807	0.799	0.81	0.797	0.798	0.817	0.804	0.813	0.804	0.802	0.804
comb_nseries	0.866	0.853	0.865	0.844	0.842	0.859	0.847	0.858	0.859	0.853	0.852
comb_mint_shr	0.808	0.806	0.82	0.807	0.813	0.831	0.817	0.825	0.811	0.813	0.816
base	0.789	0.782	0.792	0.778	0.782	0.801	0.787	0.798	0.787	0.785	0.787
Nível inferior: SKU											
BU	0.78	0.775	0.784	0.777	0.78	0.79	0.778	0.795	0.779	0.779	0.78
tdfp	0.838	0.833	0.843	0.833	0.831	0.841	0.833	0.847	0.837	0.835	0.835
tdgsa	0.984	0.949	0.929	0.908	0.884	0.888	0.865	0.878	0.948	0.922	0.905
tdgsf	0.989	0.954	0.933	0.912	0.887	0.891	0.868	0.881	0.953	0.926	0.909
comb_ols	1.004	0.993	1.002	0.986	0.981	0.99	0.975	0.99	0.998	0.991	0.987
comb_wls	0.812	0.809	0.818	0.81	0.812	0.822	0.812	0.825	0.812	0.812	0.813
comb_nseries	0.889	0.883	0.89	0.877	0.875	0.885	0.873	0.888	0.886	0.881	0.88
comb_mint_shr	0.814	0.814	0.826	0.819	0.824	0.834	0.824	0.837	0.818	0.82	0.823
base	0.78	0.775	0.784	0.777	0.78	0.79	0.778	0.795	0.779	0.779	0.78

Tabela 4.8: Ganho em relação às previsões base: RelMAE obtido com ARIMA

RelMAE	ARIMA										
	t+1	t+2	t+4	t+5	t+8	t+9	t+12	t+13	t+14	t+18	t+12
Nível superior: Loja											
BU	55.5%	67.1%	82.5%	86.9%	80.3%	61.0%	34.1%	7.8%	74.1%	75.9%	65.0%
tdfp	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
tdgsa	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
tdgsf	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
comb_ols	-2.2%	-0.8%	-1.2%	-1.6%	-3.4%	-4.5%	-3.8%	-2.2%	-1.3%	-2.2%	-2.9%
comb_wls	-15.1%	-10.7%	-5.8%	-3.2%	-13.2%	-17.4%	-18.0%	-17.2%	-7.8%	-8.7%	-11.7%
comb_nseries	-17.7%	-10.4%	-5.8%	-3.8%	-10.7%	-15.2%	-23.3%	-26.9%	-8.9%	-8.5%	-12.3%
comb_mint_shr	-21.9%	-12.6%	0.4%	7.2%	-2.0%	-6.1%	-17.1%	-22.6%	-7.4%	-3.8%	-6.0%
base	0.786	0.596	0.736	0.557	0.646	0.62	0.812	1.045	0.688	0.681	0.701
Nível 1: Área											
BU	9.2%	11.8%	14.8%	16.3%	19.5%	17.8%	13.5%	7.5%	12.3%	14.3%	14.5%
tdfp	-0.6%	-1.5%	-0.6%	-0.8%	0.5%	1.6%	0.5%	-3.0%	-1.3%	-0.7%	-0.2%
tdgsa	-1.2%	-0.9%	-2.1%	-0.9%	2.2%	1.2%	0.1%	-2.8%	-1.6%	-0.7%	-0.6%
tdgsf	-2.1%	-1.7%	-2.9%	-1.8%	1.3%	0.3%	-0.6%	-3.5%	-2.4%	-1.6%	-1.5%
comb_ols	9.7%	10.4%	11.8%	11.8%	8.1%	7.5%	6.8%	3.4%	9.9%	9.7%	8.8%
comb_wls	-12.5%	-12.0%	-11.1%	-9.4%	-8.1%	-7.9%	-8.7%	-11.0%	-11.9%	-10.7%	-9.8%
comb_nseries	-15.0%	-13.1%	-11.8%	-9.3%	-7.7%	-7.7%	-10.3%	-15.2%	-13.0%	-11.3%	-10.5%
comb_mint_shr	-14.9%	-14.3%	-10.7%	-9.0%	-6.5%	-5.9%	-8.6%	-15.6%	-13.0%	-11.3%	-10.0%
base	0.814	0.747	0.854	0.763	0.775	0.858	0.806	0.951	0.8	0.813	0.819
Nível 2: Dimensão											
BU	3.3%	6.6%	10.4%	9.9%	11.5%	10.4%	11.2%	10.4%	6.8%	8.3%	9.0%
tdfp	3.8%	4.1%	4.4%	2.5%	2.1%	2.2%	1.7%	0.2%	3.8%	3.2%	2.7%
tdgsa	5.3%	5.8%	8.7%	7.0%	8.1%	6.8%	7.2%	8.0%	6.7%	6.9%	6.8%
tdgsf	5.8%	6.0%	9.1%	7.2%	8.3%	7.1%	7.4%	8.3%	6.9%	7.1%	7.0%
comb_ols	43.1%	42.8%	50.1%	46.5%	46.5%	50.2%	46.6%	45.9%	44.8%	46.4%	46.5%
comb_wls	-7.7%	-5.9%	-4.6%	-5.1%	-5.3%	-4.6%	-4.0%	-5.3%	-5.9%	-5.7%	-5.4%
comb_nseries	-7.9%	-5.7%	-3.2%	-3.8%	-3.5%	-2.4%	-1.8%	-3.5%	-5.5%	-4.8%	-4.1%
comb_mint_shr	-10.7%	-10.1%	-6.9%	-6.9%	-6.5%	-5.4%	-5.5%	-6.7%	-9.2%	-8.3%	-7.3%
base	0.815	0.761	0.801	0.759	0.767	0.763	0.769	0.823	0.795	0.785	0.782
Nível 3: Família											
BU	-2.0%	-1.1%	0.8%	1.9%	1.8%	0.7%	0.5%	-0.1%	-0.8%	0.1%	0.3%
tdfp	5.2%	4.8%	4.7%	4.8%	5.7%	4.3%	4.4%	5.1%	4.7%	4.9%	4.6%
tdgsa	10.8%	11.6%	11.6%	10.7%	10.7%	9.1%	6.9%	7.7%	11.5%	11.0%	10.1%
tdgsf	11.2%	12.0%	12.0%	11.0%	10.8%	9.3%	7.1%	7.8%	11.7%	11.2%	10.4%
comb_ols	60.1%	60.2%	66.5%	68.1%	67.7%	67.7%	63.4%	63.5%	61.8%	64.6%	64.5%
comb_wls	-3.6%	-3.5%	-3.1%	-2.6%	-1.9%	-2.4%	-2.3%	-1.7%	-3.4%	-2.9%	-2.8%
comb_nseries	-0.3%	0.1%	0.9%	1.5%	3.0%	2.6%	2.1%	2.9%	0.3%	1.2%	1.5%
comb_mint_shr	-4.8%	-5.7%	-5.4%	-4.5%	-4.3%	-5.0%	-4.8%	-4.2%	-5.3%	-5.0%	-4.9%
base	0.796	0.751	0.765	0.736	0.741	0.745	0.749	0.783	0.767	0.756	0.753
Nível 4: Categoria											
BU	-1.5%	-1.1%	0.1%	0.8%	1.1%	0.8%	0.6%	0.0%	-0.9%	-0.1%	0.1%
tdfp	8.5%	7.5%	6.8%	6.8%	7.8%	7.3%	6.8%	7.4%	7.5%	7.5%	7.3%
tdgsa	20.1%	20.2%	19.7%	18.2%	19.1%	19.2%	17.0%	17.3%	19.8%	19.3%	19.0%
tdgsf	20.5%	20.7%	20.1%	18.5%	19.4%	19.5%	17.2%	17.4%	20.3%	19.7%	19.3%
comb_ols	68.1%	67.1%	70.7%	71.7%	72.8%	71.8%	70.8%	69.7%	68.1%	70.3%	70.4%
comb_wls	0.4%	0.1%	0.4%	0.5%	1.2%	1.2%	0.7%	1.2%	0.3%	0.7%	0.8%
comb_nseries	8.8%	9.2%	9.6%	9.5%	10.3%	10.2%	9.7%	10.3%	9.3%	9.6%	9.7%
comb_mint_shr	-1.8%	-2.5%	-2.4%	-2.0%	-1.0%	-0.5%	-0.8%	-0.8%	-2.4%	-1.7%	-1.3%
base	0.78	0.759	0.76	0.736	0.728	0.735	0.723	0.745	0.764	0.75	0.742
Nível 5: Subcategoria											
BU	-0.6%	-0.5%	-0.3%	0.0%	-0.3%	-0.4%	-0.5%	-0.7%	-0.4%	-0.3%	-0.4%
tdfp	11.1%	9.7%	8.9%	9.0%	9.1%	8.6%	8.8%	9.4%	9.9%	9.5%	9.2%
tdgsa	22.8%	20.7%	19.0%	17.9%	16.9%	16.7%	15.3%	15.4%	20.7%	19.3%	18.2%
tdgsf	23.3%	21.2%	19.4%	18.3%	17.2%	17.0%	15.6%	15.7%	21.2%	19.7%	18.6%
comb_ols	67.1%	65.5%	67.1%	68.1%	68.0%	66.6%	66.3%	66.4%	66.4%	67.2%	66.7%
comb_wls	3.7%	3.3%	3.0%	3.3%	3.4%	3.3%	3.2%	3.6%	3.4%	3.4%	3.3%
comb_nseries	16.3%	15.9%	15.6%	15.7%	15.1%	15.3%	15.4%	16.1%	16.1%	15.8%	15.5%
comb_mint_shr	1.3%	0.1%	-0.1%	0.0%	0.5%	0.5%	0.7%	0.9%	0.4%	0.5%	0.5%
base	0.784	0.765	0.767	0.747	0.74	0.754	0.739	0.753	0.769	0.758	0.753
Nível inferior: SKU											
BU	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
tdfp	12.9%	11.3%	10.0%	9.4%	10.5%	10.4%	10.7%	11.1%	11.2%	10.7%	10.6%
tdgsa	27.1%	24.8%	22.5%	21.2%	20.1%	19.9%	18.6%	18.7%	24.5%	22.7%	21.7%
tdgsf	27.8%	25.3%	23.0%	21.8%	20.5%	20.4%	19.0%	19.1%	25.1%	23.2%	22.2%
comb_ols	53.1%	51.2%	50.8%	51.1%	51.7%	51.6%	51.5%	51.8%	51.4%	51.2%	51.2%
comb_wls	6.1%	5.6%	4.9%	4.8%	5.4%	5.7%	5.7%	6.1%	5.4%	5.3%	5.5%
comb_nseries	22.9%	21.8%	20.6%	20.4%	20.5%	20.9%	21.0%	21.6%	21.7%	21.0%	21.0%
comb_mint_shr	4.7%	3.9%	3.2%	2.9%	3.8%	4.1%	4.4%	4.8%	3.9%	3.7%	3.9%
base	0.783	0.771	0.773	0.763	0.755	0.76	0.748	0.765	0.774	0.767	0.761

4.5 Discussão

Para realizar as previsões das séries foram utilizados os modelos ETS e ARIMA, pois além de serem métodos amplamente conhecidos na área das séries temporais, são também os métodos mais utilizados nos estudos encontrados na literatura.

Olhando para os resultados obtidos, de acordo com as medidas de desempenho descritas na Secção 4.3., é possível identificar quais os melhores métodos, para cada modelo base utilizado e para cada nível da hierarquia.

Como seria de esperar, para os níveis inferiores da hierarquia o método *bottom-up* é o que dá um erro de previsão menor.

Uma das conclusões que podemos tirar é que o método de combinação ótima sem particularizar a especificação utilizada, é o que produz melhores resultados, nomeadamente, nos níveis intermédios da hierarquia, o que vem corroborar a literatura encontrada. No caso em estudo, se o retalhista quiser fazer uma previsão ao nível da “Área” ou da “Dimensão”, o método de combinação ótima, considerando todas as suas variantes, será aquele que terá melhor desempenho, ou seja, que produzirá previsões mais exatas.

Verifica-se uma maior variação dos resultados relacionada com o modelo usado para gerar as previsões base do que relacionada com a medida de erro usada.

5 Conclusões

Na atual sociedade de consumo, cada vez mais as estratégias de planeamento assumem um papel preponderante na gestão de qualquer organização. No setor do retalho, no processo de tomada de decisão destacam-se os modelos de previsão de vendas.

A previsão de vendas usa os dados históricos para realizar projeções confiáveis para as vendas futuras. No caso particular do setor do retalho, os dados apresentam uma estrutura hierárquica, isto é, os produtos estão organizados em grupos hierárquicos que refletem a estrutura do negócio.

O objetivo deste estudo foi o de explorar esta estrutura hierárquica para produzir previsões que diminuam o erro de previsão associado com vista a contribuir para a melhoria na gestão de inventário.

O estudo foi realizado com dados reais relativos ao histórico de vendas diárias de várias lojas Pingo Doce, de janeiro de 2012 a abril de 2015, fornecidos pelo grupo Jerónimo Martins. O grande volume de dados criou a necessidade de escolher apenas uma das lojas da amostra.

Em estruturas hierárquicas é sempre necessário gerar previsões base e depois reconciliar as mesmas. Para as primeiras foram utilizados dois modelos, o ETS e o ARIMA. Para a reconciliação das previsões foram utilizadas 8 metodologias de previsão hierárquica diferentes.

Todo os métodos e modelos foram implementados recorrendo ao *software* R, que apresenta como vantagem o facto de ser um programa de acesso livre a que se alia a facilidade de aplicação.

É importante ressaltar que até ao momento não foi encontrado na literatura nenhum estudo que comprove que um determinado método de previsão hierárquico apresenta sistematicamente um melhor desempenho face aos restantes. Como tal, todos os métodos devem ser sempre testados, tanto os tradicionais como os mais recentes. O nível de detalhe da informação de interesse também deve ser considerado, pois determinado método pode apresentar um melhor desempenho do que outro apenas para um determinado nível.

De entre os diversos métodos de previsão hierárquica existentes na literatura, merece destaque a mais recente metodologia encontrada, designada por método de combinação ótima, que consiste no cálculo de previsões independentes em todos os níveis da hierarquia, a que se aplica, de seguida, um modelo de regressão para otimizar a combinação dessas previsões. A sua principal vantagem consiste no facto de as previsões obtidas para todas as

séries temporais de todos os níveis hierárquicos poderem provir da aplicação de um qualquer algoritmo de aprendizagem, o que permite aproveitar todos os dados disponíveis, assim como as dinâmicas inerentes a cada série temporal. A sua aplicação neste trabalho deu origem aos melhores resultados.

Podemos concluir que este estudo foi um importante contributo para o aumento do conhecimento da previsão de vendas no setor do retalho, pela aplicação de desenvolvimentos muito recentes num caso de estudo com dados reais. Como trabalho futuro seria interessante experimentar outras estruturas hierárquicas, por exemplo, a agregação por época do ano ou por loja combinada com agregação temporal.

6 Referências bibliográficas

- Aras, S., Deveci Kocakoç, İ. e Polat, C. (2017). Comparative study on retail sales forecasting between single and combination methods. *Journal of Business Economics and Management*, 18(5), 803-832.
- Athanasopoulos, G., Ahmed, R. A. e Hyndman, R. (2009). Hierarchical forecasts for Australian domestic tourism. *International Journal of Forecasting*, 25(1), 146-166.
- Athanasopoulos, G., Hyndman, R., Kourentzes, N. e Petropoulos, F. (2017). Forecasting with temporal hierarchies. *European Journal of Operational Research*, 262(1), 60-74.
- Beutel, A.-L. e Minner, S. (2012). Safety stock planning under causal demand forecasting. *International Journal of Production Economics*, 140(2), 637-645.
- Celia, F., Ashish, G., Les, S. e Amar, R. (2003). Forecasting women's apparel sales using mathematical modeling. *International Journal of Clothing Science and Technology*, 15(2), 107-125.
- Davydenko, A. e Fildes, R. (2013). Measuring forecasting accuracy: The case of judgmental adjustments to SKU-level demand forecasts. *International Journal of Forecasting*, 29(3), 510-522.
- Fildes, R., Goodwin, P., Lawrence, M. e Nikolopoulos, K. (2009). Effective forecasting and judgmental adjustments: an empirical evaluation and strategies for improvement in supply-chain planning. *International Journal of Forecasting*, 25(1), 3-23.
- Gene, F. (2001). Hierarchical forecasting: issues and use guidelines. *Industrial Management & Data Systems*, 101(1), 5-12.
- Huang, T., Fildes, R. e Soopramanien, D. (2014). The value of competitive information in forecasting FMCG retail product sales and the variable selection problem. *European Journal of Operational Research*, 237(2), 738-748.

Hyndman, R., Ahmed, R. A., Athanasopoulos, G. e Shang, H. L. (2011). Optimal combination forecasts for hierarchical time series. *Computational Statistics and Data Analysis*, 55, 2579-2589.

Hyndman, R. e Athanasopoulos, G. (2014). Optimally Reconciling Forecasts in a Hierarchy. *Foresight: The International Journal of Applied Forecasting*(35), 42-48.

Hyndman, R. e Athanasopoulos, G. (2017). *Forecasting: Principles and Practice*. Disponível em <http://otexts.org/fpp2/>. Acedido em: 16/06/2018

Hyndman, R. e Koehler, A. B. (2006). Another look at measures of forecast accuracy. *International Journal of Forecasting*, 22(4), 679-688.

Hyndman, R., Koehler, A. B., Ord, J. K. e Snyder, R. D. (2008). *Forecasting with Exponential Smoothing: The State Space Approach*. Springer Berlin Heidelberg.

Hyndman, R., Lee, A. J. e Wang, E. (2016). Fast computation of reconciled forecasts for hierarchical and grouped time series. *Computational Statistics and Data Analysis*, 97, 16-32.

Kourentzes, N. e Petropoulos, F. (2016). Forecasting with multivariate temporal aggregation: The case of promotional modelling. *International Journal of Production Economics*, 181(Part A), 145-153.

Kourentzes, N., Petropoulos, F. e Trapero, J. R. (2014). Improving forecasting by estimating time series structural components across multiple frequencies. *International Journal of Forecasting*, 30, 291-302.

Kremer, M., Siemsen, E. e Thomas, D. J. (2016). The Sum and Its Parts: Judgmental Hierarchical Forecasting. *Management Science*, 62(9), 2745-2764.

Ma, S. e Fildes, R. (2017). A retail store SKU promotions optimization model for category multi-period profit maximization. *European Journal of Operational Research*, 260(2), 680-692.

Ramos, P., Santos, N. e Rebelo, R. (2015). Performance of state space and ARIMA models for consumer retail sales forecasting. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 34(Supplement C), 151-163.

Taieb, S. B., Taylor, J. W. e Hyndman, R. J. (2017). *Coherent Probabilistic Forecasts for Hierarchical Time Series*. Paper presented at the Proceedings of the 34th International Conference on Machine Learning, Proceedings of Machine Learning Research.

Trapero, J. R., Kourentzes, N. e Fildes, R. (2015). On the identification of sales forecasting models in the presence of promotions. *Journal of the Operational Research Society*, 66(2), 299-307.

Wickramasuriya, S. L., Athanasopoulos, G. e Hyndman, R. J. (2018). Optimal forecast reconciliation for hierarchical and grouped time series through trace minimization. *Journal of the American Statistical Association*, 1-45.

Widiarta, H., Viswanathan, S. e Piplani, R. (2009). Forecasting aggregate demand: An analytical evaluation of top-down versus bottom-up forecasting in a production planning framework. *International Journal of Production Economics*, 118(1), 87-94.

Zotteri, G., Kalchschmidt, M. e Caniato, F. (2005). The impact of aggregation level on forecasting performance. *International Journal of Production Economics*, 93-94(Supplement C), 479-491.

7 Anexos

Tabela 7.1: MAPE obtido com ETS

ETS											
MAPE	t+1	t+2	t+4	t+5	t+8	t+9	t+12	t+13	t1-4	t1-8	t1-12
Nível superior: Loja											
BU	8.651	8.512	8.908	9.067	9.461	9.036	9.275	8.439	8.693	8.892	8.957
tdfp	5.732	5.9	5.616	5.958	6.191	6.656	6.369	5.667	5.574	5.49	5.815
tdgsa	5.732	5.9	5.616	5.958	6.191	6.656	6.369	5.667	5.574	5.49	5.815
tdgsf	5.732	5.9	5.616	5.958	6.191	6.656	6.369	5.667	5.574	5.49	5.815
comb_ols	5.714	5.889	5.657	5.986	6.204	6.652	6.386	5.684	5.58	5.509	5.831
comb_wls	5.962	5.943	6.066	6.195	6.487	6.714	6.653	5.97	5.869	5.849	6.112
comb_nseries	6.304	6.187	6.4	6.544	6.794	6.879	6.997	6.222	6.212	6.232	6.463
comb_mint_shr	5.752	5.686	5.932	6.036	6.098	6.352	6.401	5.62	5.69	5.648	5.895
base	5.732	5.9	5.616	5.958	6.191	6.656	6.369	5.667	5.574	5.49	5.815
Nível 1: Área											
BU	10.333	10.507	11.073	11.767	12.396	12.222	12.83	12.83	10.589	11.242	11.643
tdfp	9.351	9.386	9.354	10.528	11.143	11.249	11.6	11.138	9.361	9.861	10.356
tdgsa	9.369	9.893	9.814	11.011	11.539	11.469	11.486	11.409	9.623	10.265	10.648
tdgsf	9.3	9.802	9.716	10.92	11.437	11.368	11.405	11.325	9.532	10.172	10.556
comb_ols	9.845	9.682	9.51	10.916	11.258	11.382	11.589	11.006	9.659	10.105	10.547
comb_wls	8.982	9.273	9.37	10.43	10.93	11.019	11.538	11.184	9.217	9.761	10.258
comb_nseries	9.011	9.367	9.508	10.527	10.994	11.081	11.596	11.279	9.306	9.867	10.351
comb_mint_shr	8.74	9.154	9.03	10.249	10.585	10.835	11.228	10.971	8.982	9.546	10.064
base	9.266	9.429	9.359	10.51	11.143	11.207	11.622	11.154	9.359	9.86	10.354
Nível 2: Dimensão											
BU	14.308	14.353	14.815	15.387	15.83	15.974	16.978	17.118	14.479	14.972	15.47
tdfp	13.836	13.996	13.837	14.985	15.17	15.571	16.075	16.097	13.82	14.292	14.774
tdgsa	15.487	15.543	15.574	16.497	16.494	16.779	16.762	16.982	15.475	15.87	16.163
tdgsf	15.631	15.668	15.677	16.592	16.599	16.873	16.859	17.08	15.595	15.979	16.268
comb_ols	23.117	23.27	23.894	24.714	25.029	25.775	25.628	25.052	23.262	23.983	24.413
comb_wls	13.615	13.729	13.779	14.632	14.907	15.36	15.94	15.983	13.649	14.079	14.577
comb_nseries	13.829	13.899	14.043	14.825	15.146	15.575	16.127	16.158	13.874	14.322	14.805
comb_mint_shr	13.523	13.831	13.927	14.941	15.175	15.738	16.131	16.212	13.723	14.304	14.822
base	13.594	13.821	13.778	14.76	14.975	15.418	15.919	16.041	13.683	14.14	14.633
Nível 3: Família											
BU	20.409	21.093	22.261	22.872	23.878	24.491	24.656	24.472	21.35	22.27	23.081
tdfp	21.931	22.605	23.631	24.528	25.381	26.115	26.13	25.884	22.828	23.765	24.621
tdgsa	24.26	24.931	25.27	25.734	26.21	26.718	26.181	25.941	24.872	25.312	25.752
tdgsf	24.389	25.056	25.391	25.837	26.305	26.803	26.269	26.018	24.994	25.423	25.855
comb_ols	37.287	39.394	39.886	42.276	42.441	45.438	42.905	41.442	38.867	40.659	41.877
comb_wls	21.396	22.114	23.186	23.933	24.798	25.516	25.508	25.216	22.343	23.23	24.05
comb_nseries	22.582	23.425	24.625	25.238	26.265	27.098	26.847	26.502	23.646	24.577	25.439
comb_mint_shr	22.036	23.023	24.035	24.91	25.768	26.509	26.515	26.195	23.166	24.175	25.024
base	21.008	21.758	22.875	23.504	24.47	25.22	25.31	25.238	22.006	22.908	23.76
Nível 4: Categoria											
BU	27.07	28.016	29.193	30.292	31.951	32.847	33.611	33.349	28.325	29.659	30.92
tdfp	29.903	30.778	31.976	33.173	34.578	35.527	36.495	36.182	31.12	32.446	33.751
tdgsa	38.061	38.436	38.312	38.891	39.684	40.372	40.468	40.358	38.382	38.771	39.354
tdgsf	38.217	38.576	38.413	38.977	39.749	40.429	40.538	40.432	38.511	38.873	39.443
comb_ols	51.044	51.563	52.73	55.887	56.691	58.721	59.41	58.424	51.917	53.931	55.836
comb_wls	29.906	30.801	32.008	33.163	34.618	35.557	36.39	36.034	31.12	32.446	33.728
comb_nseries	31.874	32.774	33.971	35.166	36.765	37.83	38.747	38.294	33.089	34.445	35.834
comb_mint_shr	31.497	32.594	33.958	35.286	36.912	37.825	38.463	38.147	32.943	34.504	35.856
base	27.9	28.85	29.932	31.026	32.534	33.417	34.315	34.1	29.134	30.413	31.667
Nível 5: Subcategoria											
BU	31.229	32.454	38.261	35.912	38.683	37.794	40.982	44.442	33.816	35.58	37.676
tdfp	35.632	36.784	42.896	40.592	43.459	42.337	46.253	50.051	38.254	40.156	42.442
tdgsa	46.51	46.289	56.771	56.917	56.951	58.647	58.504	58.512	49.038	52.98	54.828
tdgsf	46.665	46.423	56.72	56.85	56.868	58.531	58.419	58.416	49.128	52.988	54.799
comb_ols	60.023	60.795	67.238	65.022	69.196	67.975	72.961	75.336	62.315	64.834	67.636
comb_wls	35.862	36.931	44.052	41.061	43.793	43.356	47.244	50.401	38.662	40.556	42.995
comb_nseries	40.018	41.029	47.309	44.587	47.614	46.718	50.666	54.109	42.528	44.375	46.671
comb_mint_shr	37.597	38.802	47.833	45.563	45.997	46.449	49.937	53.21	41.036	43.607	46.058
base	31.758	33.022	38.795	36.374	39.112	38.263	41.476	44.964	34.356	36.088	38.187
Nível inferior: SKU											
BU	35.55	36.88	40.634	40.116	42.509	42.702	44.799	46.743	37.736	39.539	41.391
tdfp	42.29	43.648	47.692	47.159	49.638	49.807	52.273	54.328	44.587	46.505	48.521
tdgsa	57.369	57.733	62.879	63.288	63.343	64.62	64.539	64.675	59.006	61.112	62.274
tdgsf	57.538	57.874	62.903	63.293	63.326	64.585	64.526	64.656	59.119	61.166	62.302
comb_ols	62.457	63.517	67.535	67.057	69.993	70.39	73.262	74.229	64.434	66.499	68.746
comb_wls	43.889	45.159	49.634	48.771	51.218	51.686	54.032	55.78	46.225	48.103	50.167
comb_nseries	49.754	51.143	55.096	54.391	56.749	57.183	59.452	61.202	51.998	53.793	55.779
comb_mint_shr	45.811	47.263	52.576	51.968	53.401	54.35	56.454	58.279	48.53	50.718	52.799
base	35.55	36.88	40.634	40.116	42.509	42.702	44.799	46.743	37.736	39.539	41.391

Tabela 7.2: MAPE obtido com ARIMA

MAPE	ARIMA										
	t+1	t+2	t+4	t+5	t+8	t+9	t+12	t+13	t1-4	t1-8	t1-12
Nível superior: Loja											
BU	7.252	7.376	7.492	7.64	7.826	7.645	7.823	6.946	7.428	7.486	7.539
tdfp	4.706	4.494	4.15	4.17	4.372	4.831	5.961	6.644	4.332	4.31	4.662
tdgsa	4.706	4.494	4.15	4.17	4.372	4.831	5.961	6.644	4.332	4.31	4.662
tdgsf	4.706	4.494	4.15	4.17	4.372	4.831	5.961	6.644	4.332	4.31	4.662
comb_ols	4.605	4.453	4.101	4.096	4.218	4.605	5.727	6.498	4.276	4.217	4.524
comb_wls	3.988	3.995	3.898	4.001	3.787	3.978	4.882	5.484	3.975	3.923	4.093
comb_nseries	3.852	3.985	3.877	3.963	3.894	4.069	4.551	4.818	3.915	3.911	4.046
comb_mint_shr	3.646	3.896	4.15	4.404	4.281	4.522	4.957	5.148	3.969	4.119	4.356
base	4.706	4.494	4.15	4.17	4.372	4.831	5.961	6.644	4.332	4.31	4.662
Nível 1: Área											
BU	9.546	9.867	10.451	11.042	11.82	11.946	12.338	12.358	9.98	10.619	11.118
tdfp	9.138	9.038	9.297	9.788	10.271	10.634	11.218	11.357	9.12	9.556	10.025
tdgsa	9.167	9.38	9.606	10.157	10.756	10.948	11.437	11.677	9.363	9.859	10.3
tdgsf	9.078	9.29	9.503	10.05	10.64	10.831	11.337	11.576	9.27	9.756	10.196
comb_ols	10.501	10.908	11.5	12.494	12.426	12.531	12.772	12.941	10.892	11.669	12.009
comb_wls	7.973	8.003	8.267	8.848	9.383	9.699	10.26	10.492	8.067	8.541	9.043
comb_nseries	7.679	7.869	8.161	8.824	9.364	9.675	10.094	10.095	7.915	8.438	8.943
comb_mint_shr	7.759	7.712	8.242	8.793	9.454	9.791	10.209	10.021	7.909	8.419	8.967
base	9.286	9.173	9.326	9.782	10.2	10.455	11.141	11.606	9.237	9.602	10.022
Nível 2: Dimensão											
BU	13.523	13.646	13.932	14.536	14.877	15.165	16.287	16.406	13.677	14.128	14.678
tdfp	14.298	14.069	13.961	14.338	14.472	15.028	15.817	15.853	14.06	14.267	14.652
tdgsa	15.347	15.241	15.612	16.057	16.294	16.563	17.028	17.549	15.371	15.746	16.119
tdgsf	15.466	15.33	15.702	16.153	16.381	16.638	17.097	17.617	15.471	15.838	16.204
comb_ols	35.358	36.428	39.667	41.911	40.638	42.801	42.42	41.966	36.528	38.882	39.999
comb_wls	12.859	12.848	12.84	13.272	13.424	14.057	15.038	15.055	12.828	13.076	13.573
comb_nseries	12.882	12.94	13.045	13.484	13.683	14.33	15.353	15.349	12.913	13.209	13.75
comb_mint_shr	12.504	12.335	12.553	13.18	13.381	14.044	14.759	14.904	12.43	12.822	13.383
base	13.836	13.542	13.341	13.886	14.079	14.67	15.493	15.663	13.55	13.776	14.221
Nível 3: Família											
BU	19.95	20.153	20.907	21.483	22.151	22.537	22.627	22.474	20.362	21.021	21.581
tdfp	22.439	22.32	22.774	23.323	24.415	24.791	24.751	25.002	22.518	23.177	23.749
tdgsa	24.706	25.405	25.93	26.331	27.226	27.687	27.35	27.474	25.445	26.071	26.628
tdgsf	24.817	25.509	26.037	26.43	27.311	27.766	27.413	27.534	25.551	26.17	26.719
comb_ols	58.719	59.791	65.622	69.625	66.936	68.562	66.598	65.285	61.127	65.036	65.736
comb_wls	21.11	21.254	21.711	22.275	23.143	23.636	23.627	23.735	21.386	22.024	22.583
comb_nseries	22.654	22.981	23.664	24.442	25.454	26.051	25.929	26.159	23.151	23.999	24.674
comb_mint_shr	21.299	21.165	21.393	21.96	22.865	23.139	23.207	23.378	21.305	21.824	22.33
base	21.252	21.414	21.697	22.069	22.863	23.436	23.542	23.513	21.496	21.981	22.526
Nível 4: Categoria											
BU	27.015	27.223	27.832	28.652	29.356	29.854	30.349	30.452	27.52	28.212	28.873
tdfp	31.077	30.95	31.395	32.299	33.256	33.61	34.105	34.421	31.308	32.022	32.673
tdgsa	39.129	39.756	39.861	40.502	41.765	42.576	42.566	42.928	39.785	40.447	41.207
tdgsf	39.28	39.891	39.965	40.587	41.824	42.628	42.631	42.991	39.913	40.547	41.293
comb_ols	75.101	74.921	79.913	84.803	86.534	86.766	88.153	86.563	76.802	80.997	83.159
comb_wls	30.851	30.889	31.399	32.36	33.263	33.761	34.237	34.629	31.216	31.982	32.68
comb_nseries	33.571	33.969	34.731	35.974	37.066	37.913	38.286	38.791	34.358	35.366	36.299
comb_mint_shr	31.151	31.009	31.299	32.101	32.859	33.361	33.789	34.187	31.328	31.911	32.536
base	28.301	28.462	28.807	29.486	30.028	30.567	31.18	31.367	28.683	29.186	29.777
Nível 5: Subcategoria											
BU	31.178	31.856	36.378	35.889	37.243	37.486	38.414	39.019	32.94	34.681	35.85
tdfp	36.92	37.406	43.271	42.353	44.53	44.803	46.54	47.286	38.907	41.097	42.768
tdgsa	47.752	47.819	58.523	58.855	60.265	61.173	60.943	61.553	50.646	55.117	57.158
tdgsf	47.902	47.952	58.471	58.787	60.169	61.059	60.85	61.447	50.732	55.121	57.125
comb_ols	84.476	84.223	94.902	97.217	98.52	98.817	102.405	101.478	88.003	92.301	95.223
comb_wls	37.397	37.886	45.501	44.521	46.019	46.776	49.012	49.087	39.823	42.446	44.454
comb_nseries	43.728	44.381	50.225	50.113	51.806	52.541	54.056	55.095	45.985	48.312	50.098
comb_mint_shr	37.107	37.299	44.492	44.293	45.831	45.539	47.566	47.482	39.185	42.268	43.758
base	31.848	32.446	36.88	36.346	37.737	38.029	39.014	39.629	33.513	35.209	36.392
Nível inferior: SKU											
BU	35.759	36.604	39.505	39.719	40.941	41.326	41.985	42.527	37.3	38.766	39.788
tdfp	43.955	44.608	48.042	48.055	50.152	50.64	51.768	52.53	45.485	47.213	48.639
tdgsa	58.908	59.615	65.233	65.921	66.935	67.938	67.558	68.276	61.035	63.706	65.108
tdgsf	59.074	59.756	65.259	65.929	66.911	67.903	67.544	68.254	61.148	63.759	65.134
comb_ols	80.079	80.561	86.657	88.579	90.183	91.266	92.632	93.263	82.533	85.608	87.778
comb_wls	46.093	46.849	51.026	51.181	52.839	53.865	55.025	55.609	47.871	49.827	51.473
comb_nseries	54.214	55.288	58.59	59.35	60.898	62.099	62.71	64.039	56.093	57.942	59.505
comb_mint_shr	45.816	46.323	50.219	50.672	52.441	52.948	54.165	54.846	47.369	49.463	50.88
base	35.759	36.604	39.505	39.719	40.941	41.326	41.985	42.527	37.3	38.766	39.788

Tabela 7.3: MASE obtido com ETS

MASE	ETS										
	t+1	t+2	t+4	t+5	t+8	t+9	t+12	t+13	t1-4	t1-8	t1-12
Nível superior: Loja											
BU	1.075	1.063	1.117	1.142	1.189	1.139	1.164	1.064	1.086	1.113	1.122
tdfp	0.69	0.721	0.688	0.738	0.758	0.819	0.771	0.695	0.68	0.672	0.71
tdgsa	0.69	0.721	0.688	0.738	0.758	0.819	0.771	0.695	0.68	0.672	0.71
tdgsf	0.69	0.721	0.688	0.738	0.758	0.819	0.771	0.695	0.68	0.672	0.71
comb_ols	0.689	0.72	0.694	0.742	0.76	0.819	0.774	0.697	0.681	0.675	0.712
comb_wls	0.727	0.732	0.751	0.773	0.802	0.833	0.815	0.739	0.723	0.722	0.753
comb_nseries	0.774	0.766	0.796	0.82	0.845	0.858	0.863	0.775	0.769	0.773	0.801
comb_mint_shr	0.702	0.701	0.735	0.754	0.752	0.787	0.781	0.693	0.701	0.697	0.726
base	0.69	0.721	0.688	0.738	0.758	0.819	0.771	0.695	0.68	0.672	0.71
Nível 1: Área											
BU	0.989	1.008	1.077	1.158	1.235	1.226	1.283	1.28	1.022	1.098	1.147
tdfp	0.855	0.856	0.871	0.986	1.067	1.076	1.115	1.072	0.862	0.918	0.975
tdgsa	0.857	0.908	0.902	1.026	1.102	1.103	1.106	1.096	0.884	0.954	1.002
tdgsf	0.852	0.902	0.895	1.019	1.094	1.096	1.1	1.09	0.877	0.948	0.995
comb_ols	0.89	0.875	0.876	1.008	1.067	1.075	1.101	1.049	0.88	0.93	0.98
comb_wls	0.831	0.858	0.882	0.991	1.06	1.071	1.121	1.088	0.859	0.922	0.978
comb_nseries	0.838	0.872	0.9	1.006	1.071	1.083	1.131	1.101	0.872	0.937	0.992
comb_mint_shr	0.803	0.842	0.85	0.973	1.023	1.048	1.087	1.063	0.833	0.898	0.956
base	0.85	0.862	0.875	0.987	1.069	1.076	1.12	1.077	0.864	0.921	0.977
Nível 2: Dimensão											
BU	0.898	0.91	0.957	1.008	1.068	1.073	1.14	1.146	0.923	0.973	1.016
tdfp	0.801	0.811	0.821	0.903	0.951	0.964	1.001	0.983	0.809	0.854	0.895
tdgsa	0.888	0.9	0.904	0.979	1.015	1.023	1.053	1.046	0.896	0.935	0.967
tdgsf	0.894	0.905	0.909	0.983	1.019	1.027	1.057	1.051	0.9	0.939	0.971
comb_ols	1.053	1.07	1.081	1.163	1.221	1.254	1.264	1.228	1.064	1.115	1.157
comb_wls	0.792	0.806	0.824	0.892	0.946	0.964	1.006	0.995	0.806	0.851	0.894
comb_nseries	0.804	0.815	0.837	0.904	0.958	0.976	1.017	1.004	0.818	0.864	0.907
comb_mint_shr	0.772	0.797	0.816	0.891	0.94	0.964	0.999	0.991	0.795	0.847	0.891
base	0.791	0.807	0.823	0.895	0.944	0.964	0.998	0.989	0.806	0.851	0.893
Nível 3: Família											
BU	0.851	0.889	0.935	0.974	1.008	1.031	1.079	1.082	0.895	0.938	0.975
tdfp	0.851	0.887	0.932	0.981	0.999	1.023	1.066	1.063	0.895	0.935	0.971
tdgsa	0.912	0.934	0.944	0.978	0.997	1.011	1.045	1.045	0.93	0.954	0.977
tdgsf	0.916	0.937	0.946	0.981	1	1.013	1.047	1.046	0.933	0.956	0.98
comb_ols	1.107	1.141	1.196	1.252	1.268	1.292	1.331	1.307	1.153	1.198	1.233
comb_wls	0.829	0.867	0.912	0.956	0.981	1.005	1.049	1.046	0.875	0.915	0.951
comb_nseries	0.848	0.886	0.935	0.974	1.003	1.027	1.069	1.064	0.894	0.935	0.972
comb_mint_shr	0.826	0.872	0.911	0.958	0.982	1.009	1.051	1.049	0.875	0.917	0.954
base	0.832	0.874	0.924	0.962	0.988	1.015	1.062	1.064	0.882	0.923	0.961
Nível 4: Categoria											
BU	0.816	0.853	0.898	0.932	0.967	0.985	1.024	1.026	0.861	0.903	0.936
tdfp	0.846	0.879	0.928	0.961	0.986	1.004	1.047	1.047	0.89	0.928	0.961
tdgsa	0.958	0.971	0.985	1.006	1.015	1.028	1.05	1.054	0.973	0.989	1.004
tdgsf	0.962	0.974	0.988	1.008	1.017	1.03	1.052	1.056	0.976	0.991	1.006
comb_ols	1.151	1.175	1.229	1.254	1.287	1.302	1.349	1.338	1.19	1.226	1.259
comb_wls	0.823	0.859	0.904	0.934	0.963	0.982	1.023	1.023	0.867	0.905	0.938
comb_nseries	0.861	0.895	0.939	0.966	0.999	1.017	1.056	1.055	0.904	0.94	0.972
comb_mint_shr	0.825	0.865	0.909	0.944	0.975	0.993	1.032	1.033	0.872	0.913	0.947
base	0.817	0.853	0.897	0.93	0.962	0.977	1.02	1.023	0.861	0.901	0.934
Nível 5: Subcategoria											
BU	0.795	0.824	0.86	0.889	0.929	0.943	0.972	0.98	0.831	0.868	0.897
tdfp	0.837	0.864	0.904	0.934	0.966	0.981	1.017	1.019	0.873	0.909	0.939
tdgsa	0.935	0.939	0.948	0.964	0.978	0.988	1.009	1.013	0.941	0.954	0.968
tdgsf	0.939	0.942	0.951	0.967	0.981	0.99	1.012	1.015	0.945	0.957	0.97
comb_ols	1.143	1.168	1.206	1.229	1.261	1.274	1.307	1.307	1.175	1.207	1.235
comb_wls	0.812	0.842	0.877	0.905	0.941	0.957	0.989	0.994	0.848	0.884	0.913
comb_nseries	0.871	0.899	0.934	0.958	0.992	1.007	1.039	1.045	0.906	0.939	0.966
comb_mint_shr	0.816	0.85	0.887	0.917	0.957	0.971	1.003	1.007	0.856	0.895	0.926
base	0.798	0.829	0.863	0.891	0.93	0.945	0.976	0.984	0.834	0.871	0.9
Nível inferior: SKU											
BU	0.748	0.774	0.807	0.828	0.863	0.877	0.901	0.91	0.78	0.811	0.837
tdfp	0.798	0.824	0.859	0.88	0.911	0.926	0.954	0.959	0.83	0.862	0.888
tdgsa	0.899	0.904	0.914	0.926	0.939	0.948	0.963	0.968	0.906	0.917	0.929
tdgsf	0.903	0.908	0.918	0.929	0.941	0.95	0.965	0.97	0.91	0.921	0.932
comb_ols	0.998	1.022	1.057	1.074	1.107	1.119	1.145	1.149	1.029	1.058	1.082
comb_wls	0.773	0.8	0.833	0.854	0.887	0.902	0.927	0.934	0.806	0.837	0.863
comb_nseries	0.847	0.874	0.905	0.923	0.954	0.969	0.993	1.001	0.878	0.907	0.932
comb_mint_shr	0.78	0.809	0.844	0.865	0.901	0.916	0.941	0.947	0.815	0.848	0.875
base	0.748	0.774	0.807	0.828	0.863	0.877	0.901	0.91	0.78	0.811	0.837

Tabela 7.4: MASE obtido com ARIMA

MASE	ARIMA										
	t+1	t+2	t+4	t+5	t+8	t+9	t+12	t+13	t1-4	t1-8	t1-12
Nível superior: Loja											
BU	0.904	0.921	0.942	0.964	0.985	0.963	0.982	0.878	0.93	0.939	0.945
tdfp	0.583	0.554	0.515	0.514	0.543	0.596	0.73	0.811	0.536	0.533	0.574
tdgsa	0.583	0.554	0.515	0.514	0.543	0.596	0.73	0.811	0.536	0.533	0.574
tdgsf	0.583	0.554	0.515	0.514	0.543	0.596	0.73	0.811	0.536	0.533	0.574
comb_ols	0.571	0.55	0.509	0.506	0.525	0.568	0.702	0.794	0.529	0.522	0.558
comb_wls	0.495	0.494	0.485	0.498	0.473	0.493	0.598	0.671	0.493	0.487	0.506
comb_nseries	0.478	0.495	0.485	0.496	0.487	0.507	0.56	0.592	0.487	0.488	0.502
comb_mint_shr	0.454	0.483	0.517	0.551	0.534	0.561	0.606	0.628	0.494	0.513	0.539
base	0.583	0.554	0.515	0.514	0.543	0.596	0.73	0.811	0.536	0.533	0.574
Nível 1: Área											
BU	0.911	0.946	1.012	1.083	1.179	1.192	1.227	1.227	0.96	1.035	1.092
tdfp	0.824	0.822	0.855	0.914	0.963	0.995	1.046	1.065	0.83	0.881	0.928
tdgsa	0.817	0.827	0.845	0.905	0.973	0.988	1.044	1.066	0.827	0.877	0.922
tdgsf	0.811	0.82	0.837	0.898	0.964	0.979	1.037	1.058	0.82	0.869	0.915
comb_ols	0.939	0.975	1.041	1.133	1.129	1.128	1.16	1.187	0.977	1.051	1.083
comb_wls	0.725	0.734	0.767	0.836	0.896	0.923	0.974	0.999	0.742	0.798	0.85
comb_nseries	0.703	0.725	0.761	0.836	0.9	0.928	0.967	0.967	0.731	0.792	0.846
comb_mint_shr	0.708	0.716	0.773	0.833	0.909	0.941	0.977	0.956	0.734	0.792	0.849
base	0.833	0.832	0.858	0.915	0.959	0.979	1.043	1.095	0.84	0.886	0.929
Nível 2: Dimensão											
BU	0.851	0.867	0.899	0.947	1.007	1.02	1.084	1.092	0.874	0.919	0.964
tdfp	0.842	0.833	0.83	0.865	0.896	0.912	0.962	0.959	0.832	0.856	0.883
tdgsa	0.849	0.842	0.863	0.897	0.94	0.949	1.006	1.02	0.85	0.881	0.914
tdgsf	0.854	0.846	0.867	0.902	0.944	0.953	1.009	1.024	0.855	0.885	0.917
comb_ols	1.448	1.447	1.584	1.663	1.676	1.753	1.759	1.723	1.478	1.574	1.636
comb_wls	0.743	0.746	0.754	0.794	0.83	0.854	0.916	0.916	0.748	0.778	0.815
comb_nseries	0.739	0.747	0.764	0.803	0.845	0.873	0.936	0.933	0.75	0.784	0.824
comb_mint_shr	0.718	0.717	0.742	0.784	0.824	0.851	0.904	0.902	0.726	0.761	0.802
base	0.811	0.8	0.794	0.843	0.877	0.894	0.95	0.961	0.801	0.829	0.861
Nível 3: Família											
BU	0.816	0.835	0.865	0.899	0.927	0.94	0.994	0.998	0.841	0.874	0.903
tdfp	0.88	0.885	0.897	0.923	0.962	0.967	1.03	1.044	0.887	0.913	0.94
tdgsa	0.91	0.928	0.939	0.956	0.988	0.998	1.045	1.06	0.927	0.948	0.973
tdgsf	0.913	0.931	0.942	0.959	0.989	0.999	1.046	1.061	0.93	0.951	0.975
comb_ols	1.529	1.548	1.664	1.734	1.752	1.8	1.821	1.807	1.57	1.654	1.701
comb_wls	0.803	0.813	0.828	0.854	0.886	0.9	0.959	0.972	0.816	0.842	0.87
comb_nseries	0.827	0.841	0.86	0.888	0.928	0.944	0.999	1.013	0.844	0.875	0.906
comb_mint_shr	0.796	0.799	0.811	0.839	0.867	0.876	0.937	0.946	0.803	0.827	0.853
base	0.838	0.847	0.856	0.88	0.911	0.927	0.985	0.996	0.848	0.872	0.899
Nível 4: Categoria											
BU	0.803	0.82	0.851	0.879	0.892	0.901	0.935	0.943	0.829	0.855	0.875
tdfp	0.887	0.892	0.912	0.934	0.953	0.958	0.991	1.008	0.899	0.92	0.937
tdgsa	0.959	0.973	0.988	1.002	1.019	1.03	1.054	1.07	0.976	0.993	1.008
tdgsf	0.963	0.976	0.991	1.004	1.02	1.032	1.055	1.071	0.979	0.995	1.01
comb_ols	1.604	1.619	1.719	1.781	1.783	1.795	1.844	1.827	1.651	1.71	1.743
comb_wls	0.818	0.826	0.849	0.872	0.886	0.895	0.926	0.944	0.834	0.856	0.873
comb_nseries	0.889	0.907	0.935	0.958	0.97	0.981	1.013	1.029	0.916	0.938	0.956
comb_mint_shr	0.803	0.808	0.828	0.851	0.867	0.878	0.911	0.923	0.816	0.837	0.856
base	0.816	0.827	0.848	0.868	0.878	0.888	0.922	0.935	0.834	0.852	0.869
Nível 5: Subcategoria											
BU	0.784	0.803	0.826	0.848	0.87	0.879	0.905	0.916	0.807	0.832	0.851
tdfp	0.877	0.885	0.906	0.927	0.953	0.959	0.99	1.005	0.891	0.915	0.934
tdgsa	0.938	0.944	0.957	0.97	0.989	0.999	1.018	1.032	0.948	0.963	0.978
tdgsf	0.942	0.948	0.96	0.972	0.991	1.001	1.02	1.034	0.952	0.966	0.98
comb_ols	1.551	1.567	1.641	1.69	1.709	1.717	1.746	1.754	1.593	1.639	1.667
comb_wls	0.814	0.827	0.846	0.867	0.89	0.9	0.929	0.943	0.832	0.854	0.873
comb_nseries	0.932	0.951	0.976	0.998	1.015	1.027	1.055	1.071	0.958	0.98	0.999
comb_mint_shr	0.799	0.806	0.824	0.842	0.869	0.878	0.908	0.922	0.811	0.833	0.853
base	0.79	0.805	0.826	0.846	0.869	0.879	0.906	0.918	0.809	0.832	0.852
Nível inferior: SKU											
BU	0.749	0.766	0.79	0.807	0.831	0.839	0.861	0.87	0.771	0.794	0.812
tdfp	0.841	0.849	0.868	0.884	0.915	0.922	0.946	0.96	0.854	0.876	0.895
tdgsa	0.906	0.913	0.928	0.937	0.956	0.965	0.979	0.991	0.917	0.931	0.944
tdgsf	0.91	0.916	0.931	0.941	0.959	0.967	0.981	0.993	0.92	0.934	0.947
comb_ols	1.279	1.294	1.34	1.374	1.405	1.416	1.437	1.45	1.308	1.345	1.37
comb_wls	0.787	0.801	0.82	0.837	0.864	0.874	0.897	0.91	0.805	0.827	0.846
comb_nseries	0.922	0.939	0.958	0.978	1.001	1.014	1.036	1.052	0.943	0.964	0.983
comb_mint_shr	0.781	0.792	0.81	0.824	0.852	0.861	0.887	0.9	0.796	0.816	0.835
base	0.749	0.766	0.79	0.807	0.831	0.839	0.861	0.87	0.771	0.794	0.812

Tabela 7.5: RelMAE obtido com ETS

RelMAE	ETS										
	t+1	t+2	t+4	t+5	t+8	t+9	t+12	t+13	t1-4	t1-8	t1-12
Nível superior: Loja											
BU	1.452	1.147	1.589	1.232	1.404	1.179	1.288	1.364	1.399	1.419	1.372
tdfp	0.935	0.779	0.98	0.796	0.896	0.849	0.853	0.89	0.874	0.851	0.861
tdgsa	0.935	0.779	0.98	0.796	0.896	0.849	0.853	0.89	0.874	0.851	0.861
tdgsf	0.935	0.779	0.98	0.796	0.896	0.849	0.853	0.89	0.874	0.851	0.861
comb_ols	0.933	0.778	0.988	0.8	0.899	0.849	0.856	0.893	0.876	0.855	0.864
comb_wls	0.983	0.79	1.069	0.833	0.947	0.863	0.902	0.946	0.931	0.919	0.917
comb_nseries	1.046	0.827	1.133	0.884	0.998	0.889	0.955	0.992	0.991	0.985	0.976
comb_mint_shr	0.951	0.758	1.047	0.814	0.889	0.815	0.865	0.888	0.905	0.888	0.885
base	0.935	0.779	0.98	0.796	0.896	0.849	0.853	0.89	0.874	0.851	0.861
Nível 1: Área											
BU	0.966	0.891	1.042	0.954	0.975	1.047	0.958	1.064	0.956	0.988	0.989
tdfp	0.837	0.764	0.854	0.825	0.862	0.941	0.847	0.908	0.814	0.838	0.851
tdgsa	0.834	0.808	0.882	0.851	0.887	0.96	0.846	0.939	0.831	0.868	0.874
tdgsf	0.829	0.801	0.874	0.845	0.881	0.952	0.84	0.933	0.824	0.861	0.868
comb_ols	0.871	0.779	0.859	0.84	0.86	0.939	0.838	0.893	0.831	0.848	0.857
comb_wls	0.814	0.764	0.866	0.828	0.851	0.93	0.849	0.917	0.811	0.84	0.853
comb_nseries	0.822	0.777	0.883	0.84	0.859	0.939	0.856	0.929	0.824	0.854	0.865
comb_mint_shr	0.786	0.747	0.832	0.811	0.822	0.912	0.824	0.9	0.786	0.817	0.833
base	0.833	0.769	0.857	0.826	0.863	0.939	0.85	0.91	0.816	0.841	0.853
Nível 2: Dimensão											
BU	0.895	0.856	0.95	0.9	0.917	0.895	0.901	0.958	0.906	0.909	0.907
tdfp	0.806	0.775	0.832	0.821	0.836	0.826	0.808	0.84	0.806	0.812	0.814
tdgsa	0.891	0.853	0.903	0.88	0.885	0.871	0.85	0.897	0.884	0.882	0.874
tdgsf	0.895	0.856	0.906	0.883	0.888	0.873	0.852	0.899	0.887	0.884	0.876
comb_ols	0.978	0.937	1.011	0.994	1.025	1.019	0.978	0.994	0.976	0.986	0.987
comb_wls	0.801	0.77	0.836	0.811	0.831	0.824	0.81	0.849	0.804	0.81	0.813
comb_nseries	0.813	0.78	0.85	0.823	0.844	0.835	0.82	0.858	0.817	0.824	0.826
comb_mint_shr	0.783	0.763	0.832	0.815	0.831	0.828	0.808	0.849	0.796	0.809	0.814
base	0.797	0.77	0.835	0.814	0.829	0.823	0.803	0.843	0.803	0.809	0.811
Nível 3: Família											
BU	0.81	0.787	0.829	0.812	0.819	0.821	0.812	0.843	0.807	0.81	0.812
tdfp	0.813	0.784	0.824	0.814	0.815	0.822	0.808	0.834	0.806	0.807	0.81
tdgsa	0.881	0.84	0.854	0.83	0.823	0.819	0.797	0.825	0.854	0.839	0.829
tdgsf	0.884	0.843	0.857	0.832	0.825	0.821	0.798	0.826	0.857	0.841	0.831
comb_ols	1.019	0.979	1.041	1.028	1.018	1.026	1.001	1.016	1.011	1.013	1.012
comb_wls	0.791	0.768	0.81	0.797	0.8	0.807	0.796	0.821	0.789	0.791	0.795
comb_nseries	0.813	0.788	0.836	0.816	0.822	0.826	0.814	0.838	0.811	0.813	0.815
comb_mint_shr	0.787	0.773	0.812	0.803	0.805	0.813	0.802	0.828	0.79	0.796	0.8
base	0.792	0.771	0.816	0.798	0.804	0.813	0.803	0.833	0.793	0.796	0.8
Nível 4: Categoria											
BU	0.78	0.78	0.797	0.784	0.791	0.802	0.789	0.805	0.784	0.787	0.789
tdfp	0.812	0.806	0.826	0.809	0.812	0.825	0.814	0.829	0.813	0.812	0.815
tdgsa	0.934	0.909	0.904	0.87	0.858	0.868	0.836	0.851	0.91	0.888	0.874
tdgsf	0.939	0.913	0.907	0.873	0.86	0.869	0.837	0.853	0.913	0.891	0.877
comb_ols	1.05	1.034	1.061	1.032	1.034	1.047	1.029	1.037	1.045	1.039	1.038
comb_wls	0.789	0.788	0.806	0.789	0.793	0.806	0.796	0.81	0.793	0.793	0.795
comb_nseries	0.83	0.826	0.845	0.821	0.829	0.841	0.829	0.841	0.831	0.829	0.831
comb_mint_shr	0.789	0.794	0.811	0.8	0.805	0.819	0.807	0.822	0.797	0.801	0.805
base	0.781	0.78	0.797	0.782	0.787	0.797	0.788	0.805	0.784	0.785	0.788
Nível 5: Subcategoria											
BU	0.787	0.778	0.791	0.778	0.782	0.799	0.784	0.795	0.784	0.783	0.785
tdfp	0.834	0.82	0.834	0.82	0.816	0.835	0.825	0.833	0.828	0.825	0.826
tdgsa	0.958	0.915	0.9	0.871	0.85	0.864	0.839	0.846	0.918	0.891	0.876
tdgsf	0.962	0.919	0.903	0.874	0.853	0.867	0.841	0.848	0.922	0.894	0.879
comb_ols	1.07	1.048	1.061	1.034	1.024	1.043	1.024	1.031	1.057	1.045	1.039
comb_wls	0.807	0.799	0.81	0.797	0.798	0.817	0.804	0.813	0.804	0.802	0.804
comb_nseries	0.866	0.853	0.865	0.844	0.842	0.859	0.847	0.858	0.859	0.853	0.852
comb_mint_shr	0.808	0.806	0.82	0.807	0.813	0.831	0.817	0.825	0.811	0.813	0.816
base	0.789	0.782	0.792	0.778	0.782	0.801	0.787	0.798	0.787	0.785	0.787
Nível inferior: SKU											
BU	0.78	0.775	0.784	0.777	0.78	0.79	0.778	0.795	0.779	0.779	0.78
tdfp	0.838	0.833	0.843	0.833	0.831	0.841	0.833	0.847	0.837	0.835	0.835
tdgsa	0.984	0.949	0.929	0.908	0.884	0.888	0.865	0.878	0.948	0.922	0.905
tdgsf	0.989	0.954	0.933	0.912	0.887	0.891	0.868	0.881	0.953	0.926	0.909
comb_ols	1.004	0.993	1.002	0.986	0.981	0.99	0.975	0.99	0.998	0.991	0.987
comb_wls	0.812	0.809	0.818	0.81	0.812	0.822	0.812	0.825	0.812	0.812	0.813
comb_nseries	0.889	0.883	0.89	0.877	0.875	0.885	0.873	0.888	0.886	0.881	0.88
comb_mint_shr	0.814	0.814	0.826	0.819	0.824	0.834	0.824	0.837	0.818	0.82	0.823
base	0.78	0.775	0.784	0.777	0.78	0.79	0.778	0.795	0.779	0.779	0.78

Tabela 7.6: RelMAE obtido com ARIMA

RelMAE	ARIMA										
	t+1	t+2	t+4	t+5	t+8	t+9	t+12	t+13	t1-4	t1-8	t1-12
Nível superior: Loja											
BU	1.222	0.996	1.343	1.041	1.165	0.998	1.089	1.127	1.198	1.198	1.157
tdfp	0.786	0.596	0.736	0.557	0.646	0.62	0.812	1.045	0.688	0.681	0.701
tdgsa	0.786	0.596	0.736	0.557	0.646	0.62	0.812	1.045	0.688	0.681	0.701
tdgsf	0.786	0.596	0.736	0.557	0.646	0.62	0.812	1.045	0.688	0.681	0.701
comb_ols	0.769	0.591	0.727	0.548	0.624	0.592	0.781	1.022	0.679	0.666	0.681
comb_wls	0.667	0.532	0.693	0.539	0.561	0.512	0.666	0.865	0.634	0.622	0.619
comb_nseries	0.647	0.534	0.693	0.536	0.577	0.526	0.623	0.764	0.627	0.623	0.615
comb_mint_shr	0.614	0.521	0.739	0.597	0.633	0.582	0.673	0.809	0.637	0.655	0.659
base	0.786	0.596	0.736	0.557	0.646	0.62	0.812	1.045	0.688	0.681	0.701
Nível 1: Área											
BU	0.889	0.835	0.98	0.887	0.926	1.011	0.915	1.022	0.898	0.929	0.938
tdfp	0.809	0.736	0.849	0.757	0.779	0.872	0.81	0.922	0.79	0.807	0.817
tdgsa	0.804	0.74	0.836	0.756	0.792	0.868	0.807	0.924	0.787	0.807	0.814
tdgsf	0.797	0.734	0.829	0.749	0.785	0.861	0.801	0.918	0.781	0.8	0.807
comb_ols	0.893	0.825	0.955	0.853	0.838	0.922	0.861	0.983	0.879	0.892	0.891
comb_wls	0.712	0.657	0.759	0.691	0.712	0.79	0.736	0.846	0.705	0.726	0.739
comb_nseries	0.692	0.649	0.753	0.692	0.715	0.792	0.723	0.806	0.696	0.721	0.733
comb_mint_shr	0.693	0.64	0.763	0.694	0.725	0.807	0.737	0.803	0.696	0.721	0.737
base	0.814	0.747	0.854	0.763	0.775	0.858	0.806	0.951	0.8	0.813	0.819
Nível 2: Dimensão											
BU	0.842	0.811	0.884	0.834	0.855	0.842	0.855	0.909	0.849	0.85	0.852
tdfp	0.846	0.792	0.836	0.778	0.783	0.78	0.782	0.825	0.825	0.81	0.803
tdgsa	0.858	0.805	0.871	0.812	0.829	0.815	0.824	0.889	0.848	0.839	0.835
tdgsf	0.862	0.807	0.874	0.814	0.831	0.817	0.826	0.891	0.85	0.841	0.837
comb_ols	1.166	1.087	1.202	1.112	1.124	1.146	1.127	1.201	1.151	1.149	1.146
comb_wls	0.752	0.716	0.764	0.72	0.726	0.728	0.738	0.779	0.748	0.74	0.74
comb_nseries	0.751	0.718	0.775	0.73	0.74	0.745	0.755	0.794	0.751	0.747	0.75
comb_mint_shr	0.728	0.684	0.746	0.707	0.717	0.722	0.727	0.768	0.722	0.72	0.725
base	0.815	0.761	0.801	0.759	0.767	0.763	0.769	0.823	0.795	0.785	0.782
Nível 3: Família											
BU	0.78	0.743	0.771	0.75	0.754	0.75	0.753	0.782	0.761	0.757	0.755
tdfp	0.837	0.787	0.801	0.771	0.783	0.777	0.782	0.823	0.803	0.793	0.788
tdgsa	0.882	0.838	0.854	0.815	0.82	0.813	0.801	0.843	0.855	0.839	0.829
tdgsf	0.885	0.841	0.857	0.817	0.821	0.814	0.802	0.844	0.857	0.841	0.831
comb_ols	1.274	1.203	1.274	1.237	1.243	1.249	1.224	1.28	1.241	1.244	1.239
comb_wls	0.767	0.725	0.741	0.717	0.727	0.727	0.732	0.77	0.741	0.734	0.732
comb_nseries	0.794	0.752	0.772	0.747	0.763	0.764	0.765	0.806	0.769	0.765	0.764
comb_mint_shr	0.758	0.708	0.724	0.703	0.709	0.708	0.713	0.75	0.726	0.718	0.716
base	0.796	0.751	0.765	0.736	0.741	0.745	0.749	0.783	0.767	0.756	0.753
Nível 4: Categoria											
BU	0.768	0.751	0.761	0.742	0.736	0.741	0.727	0.745	0.757	0.749	0.743
tdfp	0.846	0.816	0.812	0.786	0.785	0.789	0.772	0.8	0.821	0.806	0.796
tdgsa	0.937	0.912	0.91	0.87	0.867	0.876	0.846	0.874	0.915	0.895	0.883
tdgsf	0.94	0.916	0.913	0.872	0.869	0.878	0.847	0.875	0.919	0.898	0.885
comb_ols	1.311	1.268	1.297	1.264	1.258	1.263	1.235	1.264	1.284	1.277	1.264
comb_wls	0.783	0.76	0.763	0.74	0.737	0.744	0.728	0.754	0.766	0.755	0.748
comb_nseries	0.849	0.829	0.833	0.806	0.803	0.81	0.793	0.822	0.835	0.822	0.814
comb_mint_shr	0.766	0.74	0.742	0.721	0.721	0.731	0.717	0.739	0.746	0.737	0.732
base	0.78	0.759	0.76	0.736	0.728	0.735	0.723	0.745	0.764	0.75	0.742
Nível 5: Subcategoria											
BU	0.779	0.761	0.765	0.747	0.738	0.751	0.735	0.748	0.766	0.756	0.75
tdfp	0.871	0.839	0.835	0.814	0.807	0.819	0.804	0.824	0.845	0.83	0.822
tdgsa	0.963	0.923	0.913	0.881	0.865	0.88	0.852	0.869	0.928	0.904	0.89
tdgsf	0.967	0.927	0.916	0.884	0.867	0.882	0.854	0.871	0.932	0.907	0.893
comb_ols	1.31	1.266	1.282	1.256	1.243	1.256	1.229	1.253	1.28	1.267	1.255
comb_wls	0.813	0.79	0.79	0.772	0.765	0.779	0.763	0.78	0.795	0.784	0.778
comb_nseries	0.912	0.887	0.887	0.864	0.852	0.869	0.853	0.874	0.893	0.878	0.87
comb_mint_shr	0.794	0.766	0.766	0.747	0.744	0.758	0.744	0.76	0.772	0.762	0.757
base	0.784	0.765	0.767	0.747	0.74	0.754	0.739	0.753	0.769	0.758	0.753
Nível inferior: SKU											
BU	0.783	0.771	0.773	0.763	0.755	0.76	0.748	0.765	0.774	0.767	0.761
tdfp	0.884	0.858	0.85	0.835	0.834	0.839	0.828	0.85	0.861	0.849	0.842
tdgsa	0.995	0.962	0.947	0.925	0.907	0.911	0.887	0.908	0.964	0.941	0.926
tdgsf	1.001	0.966	0.951	0.929	0.91	0.915	0.89	0.911	0.968	0.945	0.93
comb_ols	1.199	1.166	1.166	1.153	1.145	1.152	1.133	1.161	1.172	1.16	1.151
comb_wls	0.831	0.814	0.811	0.8	0.796	0.803	0.791	0.812	0.816	0.808	0.803
comb_nseries	0.962	0.939	0.932	0.919	0.91	0.919	0.905	0.93	0.942	0.928	0.921
comb_mint_shr	0.82	0.801	0.798	0.785	0.784	0.791	0.781	0.802	0.804	0.795	0.791
base	0.783	0.771	0.773	0.763	0.755	0.76	0.748	0.765	0.774	0.767	0.761